

学籍番号 _____

氏名 _____

前提知識: わからなければ教科書等で調べること 力学的エネルギー保存則、運動量保存則

反発係数(はね返り係数): 同一直線上を進む2つの小球が衝突するとき、衝突前の2球の質量や速度がわかっても、衝突後のそれぞれの速度を運動量保存則だけから求めることはできない。なぜなら、**2球の間の反発係数の値によって、衝突後の速度が異なるからである。**

$$\begin{aligned} \text{反発係数 } e &= \text{衝突後に遠ざかる速さ} / \text{衝突前に近づく速さ} \\ &= |\text{衝突後の相対速度}| / |\text{衝突前の相対速度}| \end{aligned}$$

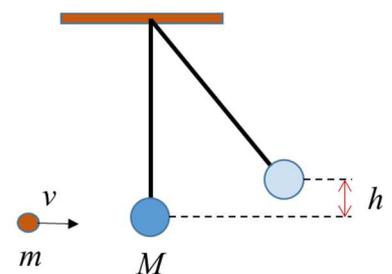
ここで、 $0 \leq e \leq 1$ という値をとり、 $e=1$ のとき(完全)弾性衝突、 $e=0$ なら完全非弾性衝突という。

例: 小球 A, B が同一直線上を運動して衝突するとき、A, B の衝突前の速度を v_A, v_B 、衝突直後の速度を v_A', v_B' とすると $e = (v_B' - v_A') / (v_A - v_B)$

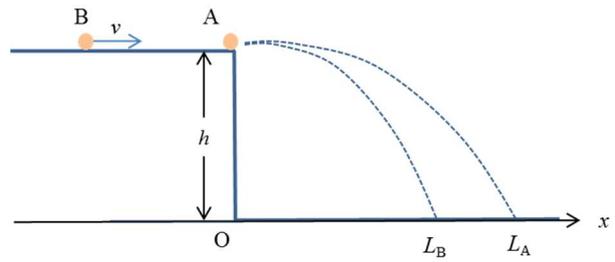
(注: 衝突のため(e の分母) $v_A - v_B > 0$ 、衝突後は(e の分子) $v_B' - v_A' \geq 0$ (0 なら一体化))

問題 1. 質量 m [kg] のボールを高さ H [m] のところで手を静かにはなし真下に落としたり、床で跳ね返り、高さ h [m] ($h \leq H$) まで到達した。このことから、ボールと床の反発係数(はねかえり係数)の値を求めよ。ただし重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、空気抵抗は無視できるものとする。

問題 2. 質量 M [kg] の砂袋が天井から軽く伸び縮みしない糸でつり下げられている。いま、水平方向から質量 m [kg] の弾丸を最下点に静止している砂袋に打ち込んだところ、弾丸は砂袋と一体となって図のように高さ h [m] のところまで上がった。衝突直前の弾丸の速さを v [m/s] とし、高さ h [m] を求めよ。ただし空気抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



問題 3 右図のように高さ h [m] の水平でなめらかな台の上に小球 A を置く。そして A に向かって小球 B を速さ v [m/s] で衝突させる。この後 A と B は台から水平に飛び出し、台の端の位置を原点とする x 軸上の水平面に落下した。このとき、A と B は同じ鉛直面内を運動し、落下位置はそれぞれ原点から L_A [m], L_B [m] であったとする。ここで重力加速度の大きさを g [m/s²]、空気抵抗は無視できるものとする。



(1) 衝突後の A と B の速さをそれぞれ求めよ。

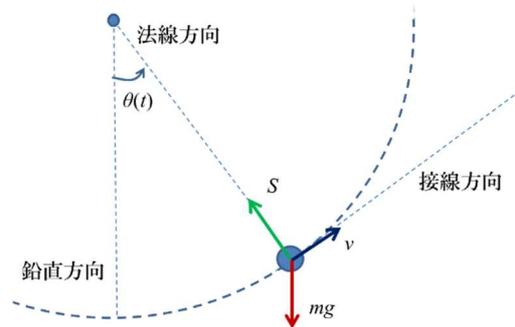
(2) A と B の衝突における反発係数の値を求めよ。

問題 4. 微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ が

$x = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$ (C_1 と C_2 は初期条件によって定まる) という一般解を持つことを用いて次の問に答えよ。

天井の一点から長さ l [m] の糸を垂らし、その先に質量 m [kg] の質点をつけ、鉛直面内で微小振動させる。この単振り子の運動の周期が $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ [s] で与えられることを公式

によらないで示せ。ただし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



ヒント: 質点の接線方向(右向きを正とする)の運動を考える。質点の接線方向の速度を v [m/s] とし、接線方向に働く力が重力だけであることから、運動方程式は『 $m \frac{dv}{dt} = \text{「重力の接線方向の成分」}$ 』と書ける。ここで、糸が鉛直方向となす角(回転角)を θ [rad] とすると $v = l \frac{d\theta}{dt}$ であることから v ではなく θ を用いて運動方程式を表す。また微小振動することから $\theta \doteq \sin \theta$ と近似できることを利用する。