学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 以下の問題に答えよ。

(1) 有効数字に気をつけて次の計算をせよ(答えは **SI** 単位系で表わせ)

(a) 1.234567 kg + 321.0g – 210111 mg

単位を揃えて計算し、一番粗い桁に合わせる: 単純計算 1.345456g ⇒ 答:1.3455 kg

(b) 縦 352 mm、横 5.0 cm の長方形の面積

計算結果をもっとも粗い有効数字の桁数に. 単純計算 1.76×10^{-2} 有効数字が 2 桁なので 答: 1.8×10^{-2} $\mathrm{m^2}$

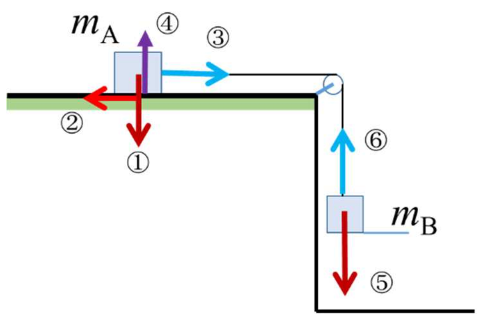
(2) 質量 m、半径 r の密度が一様な球体が中心を通る軸の周りに毎秒 n 回転している時、この球体の運動エネルギーの大きさは、m, r, n のどのような組み合わせで表されるか？(定数はここでは無視する
ただし、エネルギーの次元は $[\mathrm{ML^2T^{-2}}]$ とする。

それぞれを次元で表す: 質量 m の次元は [M]　半径 r の次元は [L]　回転数 n の次元は $[\mathrm{T^{-1}}]$

球体の運動エネルギーE の次元は[力×距離]=$[\mathrm{ML^2T^{-2}}]$

$E = m^a r^b n^c$ であるとすると、 $[\mathrm{ML^2T^{-2}}] = [\mathrm{M^aL^b(T^{-1})^c}]$ これを解いて $\mathrm{E} = m\, r^2\, n^2$

2. 右図のように粗い台の上に質量 m_A の小物体 A があり、なめらかな滑車を通して、軽い伸び縮みしない糸で質量 m_B の小物体 B に繋ぎ静かに放したところ、小物体 A と B は静止していた。ここで台の面と小物体 A との静止摩擦係数は μ、重力加速度の大きさを g とし、空気の抵抗は無視できるものとする。



物体 A と B にはたらいている①から⑥までの力の名称(例:重力、静止摩擦力、動摩擦力、垂直抗力、弾性力、張力、向心力)と、その大きさを m_A, m_B, g, μ から適切なものを用いて表せ。

① 重力　大きさ: $m_A\, g$

② 静止摩擦力 f とすると　大きさは

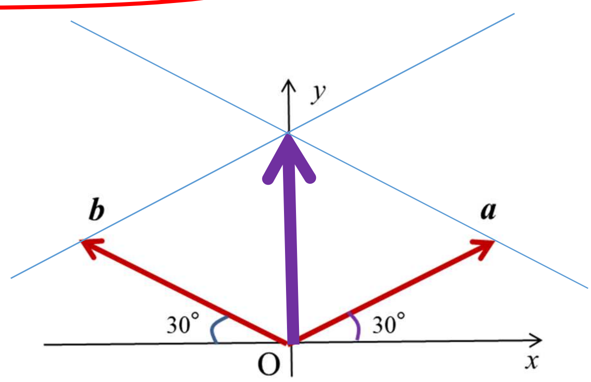
③ 張力 Sとすると $S=f$　大きさは

④ 垂直抗力　これは m_A に対する重力とつり合うので　大きさ: $m_A\, g$

⑤ 重力　大きさ: $m_B\, g$

⑥ 張力、大きさは③に等しく⑤とも等しい　大きさは $\boxed{m_B\, g}$

3. 右図に示すように、x 軸と30° をなす大きさ A のベクトル $\boldsymbol{a}$ と、150° をなす同じ大きさのベクトル $\boldsymbol{b}$ がある。



(1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ を成分表示で表せ。

$$\boldsymbol{a} = (\mathrm{A}\cos 30^\circ,\ \mathrm{A}\sin 30^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A},\ \frac{1}{2}\mathrm{A}\right)$$

$$\boldsymbol{b} = (\mathrm{A}\cos 150^\circ,\ \mathrm{A}\sin 150^\circ) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A},\ \frac{1}{2}\mathrm{A}\right)$$

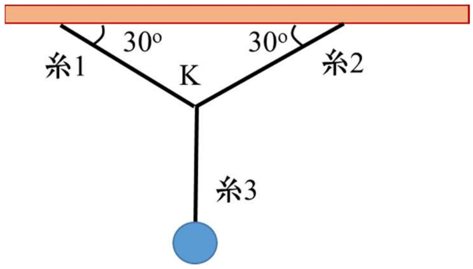
(2) $+x$ 軸、$+y$ 軸方向の基本単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ で表すとする。

$\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ を直交座標表示で表せ。 $\boldsymbol{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A}\,\boldsymbol{i} + \frac{1}{2}\mathrm{A}\,\boldsymbol{j}$　　$\boldsymbol{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A}\,\boldsymbol{i} + \frac{1}{2}\mathrm{A}\,\boldsymbol{j}$

(3) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ を成分表示で表し、図中に示せ。

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{A},\ \frac{1}{2}\mathrm{A} + \frac{1}{2}\mathrm{A}\right) = (0, \mathrm{A})$$

4. (1) 右図のように、軽い糸 3 本を使って、質量 10kg の物体を天井から吊り下げたところ、糸 1 と天井がなす角が 30°、糸 2 と天井がなす角も 30°であった。結び目 K にはたらくそれぞれの糸 1,2,3 の張力はいくらか。ただし重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



答: 糸 1, 糸 2, 糸 3 の張力をそれぞれ T1, T2, T3 とする

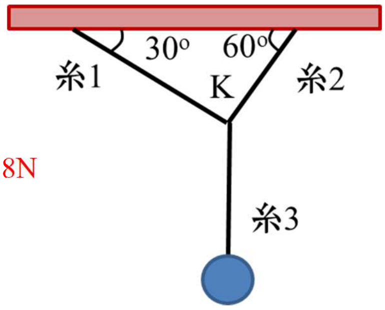
T1 と T2 の水平方向の分力(方向成分)がつりあう: T1cos30° =T2 cos 30°

T1 と T2 の鉛直方向の分力の和が T_3 とつりあう: T1 sin30° +T2 sin 30° =T

これを解いて(最初の式から、 $T_1 = T_2$ が得られ、

これを次の式に代入して) $T_1 = T_2 = T_3 = 98$N

(2) **右図のように糸の状態を組み替えた時の糸 1 と糸 2 の張力を求めよ。**



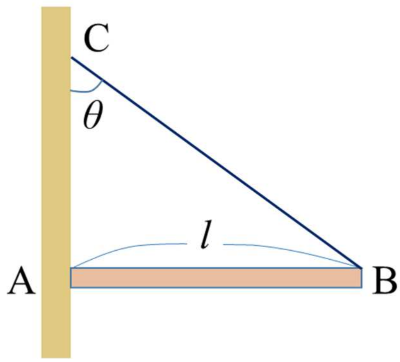
前問と同様、糸 1, 糸 2, 糸 3 の張力をそれぞれ T1, T2, T3 とする

T1 と T2 の水平方向の分力(方向成分)がつりあう: T1cos30° =T2 cos 60°

T1 と T2 の鉛直方向の分力の和が T_3 とつりあう: T1 sin30° +T2 sin 60° =T3 = 98N

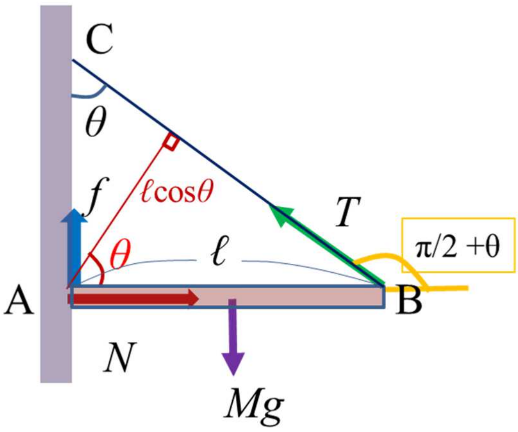
これを解いて (最初の式から、 $T_2 = \sqrt{3}T_1$ **が得られ、** $T_2 =$ 49 $\sqrt{3}$ N

4. 右図のように、密度が一様な質量 M、長さ l の棒が、一端は粗い壁の一点 A で接触し、他端は軽い伸び縮みしない糸 BC で壁に結ばれて、水平になっている。糸と壁がなす角は θ であり、棒と壁がなす角は 90°である。棒の重心は AB の中点にあり、壁と棒との静止摩擦係数は μ、重力加速度の大きさは g とする。



(1) 棒が受ける力を矢印で表してすべて図に書き込み、それぞれ適切な記号を付けよ(例えば、糸の張力 $\boldsymbol{T}$、壁からの垂直抗力 $\boldsymbol{N}$、壁からの静止摩擦力 $\boldsymbol{f}$、重力 $\boldsymbol{Mg}$ など、適切なものを用いよ)。ただし力の方向を正しく矢印で表すよう工夫すること。

(2) 棒が静止状態にあるための、静止摩擦係数 μ の値の範囲を求めよ。



力のつりあいの式

水平方向: $N = T\sin\theta$

鉛直方向: $Mg = f + T\cos\theta$

力のモーメントのつりあい(A 点周り)

$(T\ell\sin(\frac{\pi}{2}-\theta) =)\ T\ell\cos\theta = \frac{\ell}{2}\ Mg$

これから、$T = \frac{Mg}{2\cos\theta}$ $\therefore\ f = \frac{Mg}{2}$

最大静止摩擦力の制約により

$f \leqq \mu N$ から $\frac{Mg}{2} \leqq \frac{1}{2}\mu Mg\tan\theta$

ゆえに、$\frac{1}{\tan\theta} \leqq \mu$