講義　物理「力学」　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　2019-05-13

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　**氏名**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問題１．質量 2.0kg の小物体 M が、周期 0.40 s、振幅 0.30 m の単振動をしている。なお、時刻 t=0 において位置は原点にあるとする。

(1)　(1) M の運動を表す式を$x(t) = \mathrm{A}\sin(\omega t + \varphi)$ の形で表せ(M の位置を $x(t)$で表し A, ω, φ は定数)。これから M の速さの最大値を求めよ。

解答:　M の変位の式　$x(t) = 0.30\sin(5\pi t+0)$とかけるので、
$dx/dt = v(t) = 1.5\pi\cos(5\pi t)$ から A の速さの最大値は　1.5π [m/s]　もしくは　4.7 m/s (有効数字 2 桁)

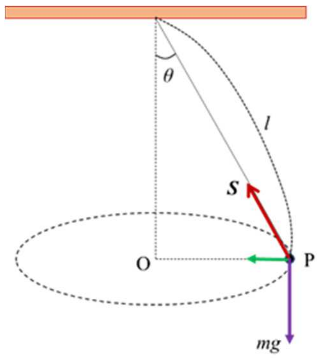
(2) この単振動における M の加速度の大きさの最大値を求めよ。

解答: (1)から $dv/dt = -7.5\pi^2\sin(5\pi t)$ [m/s^2] ($= -25\pi^2 x(t)$)とかけるので、
　　最大値は $7.5\pi^2 = 73.9 \fallingdotseq 74$ m/s^2　(有効数字 2 桁)

(3)変位が 0.15 m のときに M にはたらく力の大きさを求めよ。

解答: (2)から $dv/dt = -25\pi^2 x(t)$とかけ、$x(t)$=0.15 を代入すると加速度の大きさは 37.0 m/s^2 となる。　この値に質量 2.0 を掛ければ力の大きさが求まる。答　74 N (有効数字 2 桁)

問題2. 天井から長さℓ [m]の軽くて伸びない糸をたらし、その先に質量 m [kg]のおもりをつけ、糸を鉛直下方からθだけ傾けながら、おもりを水平面内で等速円運動させた。ここで、重力加速度の大きさをg [m/s^2]とし、空気の抵抗は無視できるとする。



(1) おもりにはたらく鉛直方向の力のつり合いの式を書き、張力 S を求めよ。

解答:　$S\cos\theta = mg$　　　よって、　$S = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

(2) おもりが円運動することから、円運動の速さを v[m/s] とおいて、おもりにはたらく向心力の大きさを求めよ。

解答:　回転半径を r とすると、公式より向心力の大きさは $\dfrac{mv^2}{r}$[N]

$r = \ell\sin\theta$ より、$\dfrac{mv^2}{\ell\sin\theta}$　[N]

(3) (2)で求めた向心力は張力 S [N]の水平方向の成分が向心力と等しいことから、円運動の速さ v[m/s]を求めよ。

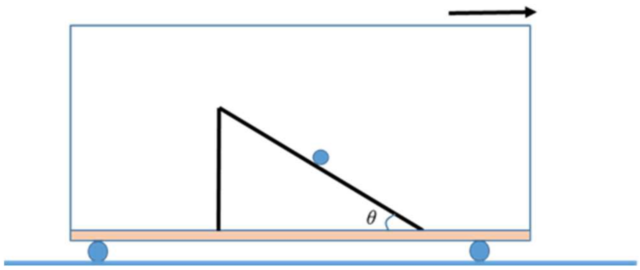
解答:　$S\sin\theta = \dfrac{mv^2}{\ell\sin\theta}$　と　$S = \dfrac{m\,g}{\cos\theta}$　より、$v^2 = g\,\ell\sin\theta\tan\theta$

$\therefore\ v = \sqrt{g\,\ell\sin\theta\tan\theta}$　[m/s]

(4) 円運動の速さと円運動の半径から、円運動の周期を求めよ。

解答: (3)より　$v = \sqrt{rg\tan\theta}$　　また周期 $T = \dfrac{2\pi r}{v}$ [s]　　$\therefore T = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{rg\tan\theta}} = 2\pi\dfrac{\sqrt{\ell\sin\theta}}{\sqrt{g\tan\theta}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}\cos\theta}$　[s]

問題 3. 電車が水平な線路上を走っている。この電車の水平な床の上に傾斜角θの斜面を進行方向に向けて設置し、その斜面上に質量 m の小物体 A を置いた。ただし重力加速度の大きさを g、斜面と小物体 A との間の静止摩擦係数を μ とする。

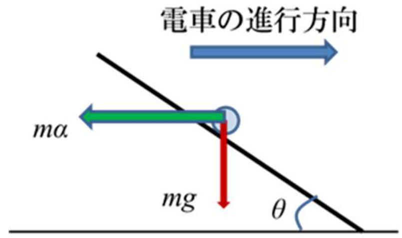


(1) 電車は等速度運動しているとする。A が静止しているための条件を求めよ。

解答: 斜面上の小物体 A にはたらく力は、鉛直下向きの重力(mg)、斜面からの垂直抗力(mg の斜面に垂直な方向の分力と釣り合う、つまり $mg\cos\theta$)、斜面からの静止摩擦力(mg の斜面に並行な方向の分力と釣り合う、つまり $mg\sin\theta$)だけである。A が静止するには、静止摩擦力が最大静止摩擦力 $\mu mg\cos\theta$ 以下であればよいので、$mg\sin\theta \leqq \mu mg\cos\theta$

よって、 $\tan\theta \leqq \mu$

(2) 電車が一定の加速度 α で加速したところ、小物体 A は斜面を登り始めた。このときの加速度 α が満たすべき条件を求めよ。



解答: 斜面上の小物体 A にはたらく力は、見かけの力 $m\alpha$ が電車の進行方向とは逆向き、水平方向にはたらく。従って、

斜面に垂直下向きの力: $mg\cos\theta + m\alpha\sin\theta = m(g\cos\theta + \alpha\sin\theta)$

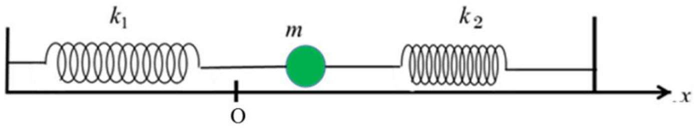
斜面に並行上向きの力: $m\alpha\cos\theta - mg\sin\theta = m(\alpha\cos\theta - g\sin\theta)$

小物体 A は斜面を登り始めるには、斜面に並行上向きの力が最大静止摩擦力 $\mu m(g\cos\theta + \alpha\sin\theta)$

よりも大きくなければならない。よって $m(\alpha\cos\theta - g\sin\theta) > \mu m(g\cos\theta + \alpha\sin\theta)$

これを整理して、 $\alpha > \frac{g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{\cos\theta - \mu\sin\theta} = \frac{g(\tan\theta + \mu)}{1 - \mu\tan\theta}$

問題 4 自然長がそれぞれ l_1, l_2、バネ定数が k_1, k_2 の 2 本のばねを右図のように質量 m の質点をはさんで接続する。質点はなめらかな水平面に置かれており、質点が原点 O にあるときは 2 本のばねはともに自然長である。水平面上、質点の運動方向に x 軸を設定する。はじめ質点は原点 O の位置にあり、どちらかのばねの方に押しやることで原点を中心とした微小振動をする。



(1) この質点が位置 x にあるときの、x 軸方向における運動方程式を書け

解答: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1 + k_2)x$

(2) この質点は単振動する。その周期を答えよ。

解答: 公式から、 周期 $= 2\pi\sqrt{\frac{m}{(k_1+k_2)}}$