

問題1. 国際単位系(SI 単位系)における基本量とその単位記号を答えよ。またこれらはどういう意味で「基本」なのか、答えよ。

解答: 基本量と単位記号については教科書 2 ページを見よ。

これらは(古典力学では)、他の物理量やそれらの組み合わせでは置き換えられない(表現できない、「独立」)からである。それに対し、例えば「力」(単位は N)は $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ として、質量、長さ、時間の組み合わせとしてあらわされるので「基本」ではない。なお SI 単位系で(例えば)長さの単位を m としているのは、cm や ft や尺などいろいろな長さの単位が使われている中で、m を基準と定めた(メートル法)からである。(ちょっと昔に用いられていた CGS 単位系では cm を長さの単位としていた)

問題2. 地球の半径はおよそ 6.4×10^3 km、質量はおよそ 6.0×10^{24} kg である。万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ であることを用いて以下の間に答えよ。計算には、円周率 $\pi = 3.14$ を用いよ。計算式を書き、答は有効数字の桁数を考慮し、単位を明記すること。

(1) 万有引力定数 G の単位は Nm^2/kg^2 であるが、なぜこのような単位であるか、説明せよ。

解答: 万有引力定数は万有引力の法則で用いられる定数で、万有引力の法則は「質量を持つ全ての物体同士に間に引力がはたらき、その力は、質量の積に比例し、距離の 2 乗に反比例する」この比例定数が G であり、引力は「力」なので $[N] = G \times [\text{kg}^2 / \text{m}^2]$ が成り立つ。 $\therefore G$ の単位は Nm^2/kg^2

(2) 地球における重力加速度の大きさを求めよ。

解答: 万有引力の法則 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ を用いる(ここで m_1, m_2 は質量、 r は距離、 F は力)

地球の重力加速度(g で表す)は「地球の地表面にある物体」と「地球」との引力の大きさを求めるここで、「地球の中心=重心」として重心にすべての質量があるとして計算

$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 g$ (m_1 が地表上の物体、 m_2 が地球、 r が地表面と地球重心との距離) から

$$G \frac{Mm}{r^2} = mg \Rightarrow g = G \frac{M}{r^2} \quad \therefore g = G \frac{M}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 6.7 \times 10 \times \frac{6.0}{(6.4)^2} \doteq 9.814 \dots$$

有効数字 2 桁なので、答えは $9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$

(3) 地球上で周期が 1.0 s の単振り子を作りたい。この振り子の糸の長さを求めよ。

解答: 糸の長さ l [m] の単振り子の周期 (9.4 節)

重力加速度の大きさを g [m/s^2]、周期を T [s] で表すと、 $T = 2\pi \sqrt{l/g}$ [s] したがって、 $l = g \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$

ここで、(1)の結果から $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ (計算途中では有効数字を 1 桁多めの数値を用いる)。また問題から $T = 1.0 \text{ s}$ 、および $\pi = 3.14$ を代入して $l = 0.25 \text{ [m]}$

(4) 地球と月の距離はおよそ 3.8×10^5 km、月の質量は 7.3×10^{22} kg である。月と地球との間の万有引力の大きさはいくらか?

解答: 距離 r [m] にある、質量 M, m [kg] の 2 つの物体間の万有引力の大きさは $F = G Mm/r^2$ [N]

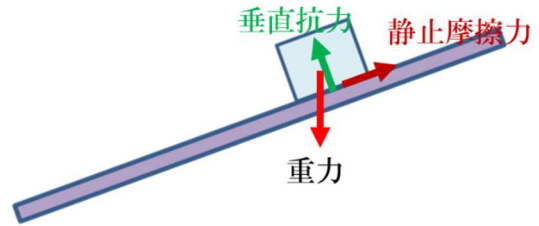
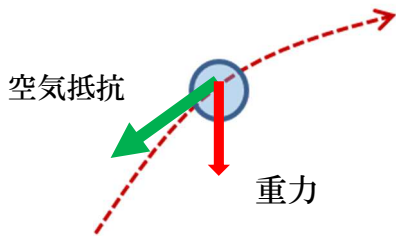
これに次の値を入れる: 月と地球との距離 $r = 3.8 \times 10^8 \text{ m}$, 地球の質量 $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$, 月の質量 $m = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$, 万有引力定数 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

$$\text{これらから } F = G \frac{Mm}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{6.0 \times 10^{24} \times 7.3 \times 10^{22}}{(3.8 \times 10^8)^2} = 6.7 \times 10^{19} \times \frac{6.0 \times 7.3}{(3.8)^2} = 2.0 \times 10^{20} \text{ N}$$

問題 3. つぎのそれぞれの図で小物体(ただし(3)は棒)が受ける力の名称を書き入れ、それぞれの力の向きを示す矢印を書き入れよ。なお、地球上とし、(1)は空気抵抗も考慮せよ。

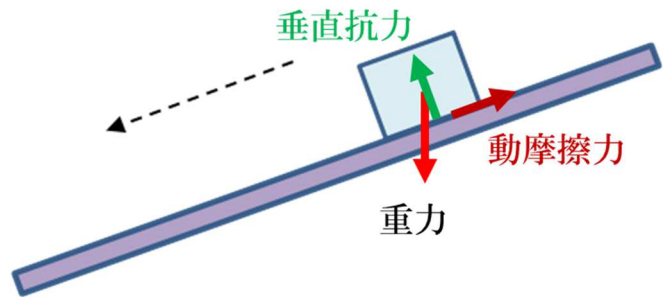
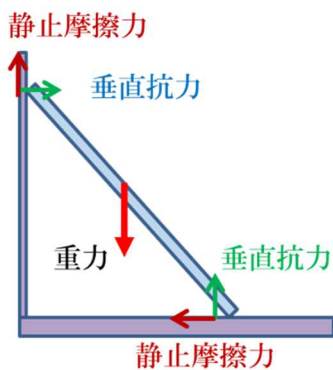
(1) 空中に投げ上げられたボール

(2) 粗い斜面上で静止している小物体



(3) 粗い床と粗い壁に立てかけた棒(静止状態)
棒の質量は一様に分布

(4) 粗い斜面を加速しながら
滑り落ちている小物体



問題 4. 問題 3 において、小物体にはたらく力がつりあいの状態にあるものをすべて書け。

解答: (1) なし

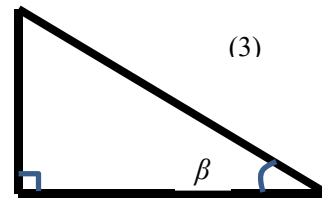
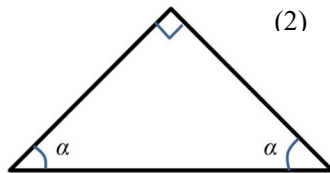
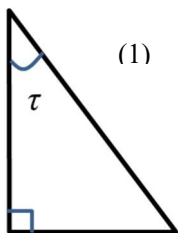
(2) 垂直抗力と重力の斜面上に垂直方向の分力、静止摩擦力と重力の斜面上に平行な方向の分力

(3) 床の垂直抗力と壁からの静止摩擦力の和と、重力
床からの静止摩擦力と壁の垂直抗力

(4) 垂直抗力と重力の斜面上に垂直方向の分力

(加速しながら落ちているので、動摩擦力は重力の斜面上に平行な方向の分力より小さい)

問題 5. それぞれの三角形について質問に答えよ。



(1) 斜辺以外の辺の長さがそれぞれ 3.0m, 4.0m の三角形である。残る辺の長さ、 $\sin \tau$ 、 $\cos \tau$ の値をそれぞれ答えよ。 **答:** $\sin \tau = 0.60$, $\cos \tau = 0.80$

(2) $\sin \alpha$ と $\cos \alpha$ の値をそれぞれ答えよ。 **答:** $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 斜辺の長さが 4.0m、最も短い辺の長さが 2.0m の三角形である。残る辺の長さ、 $\sin \beta$ 、 $\cos \beta$ の値を答えよ。 **答:** $2.0\sqrt{3} \cong 3.5$ $\sin \beta = 0.50$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87$