

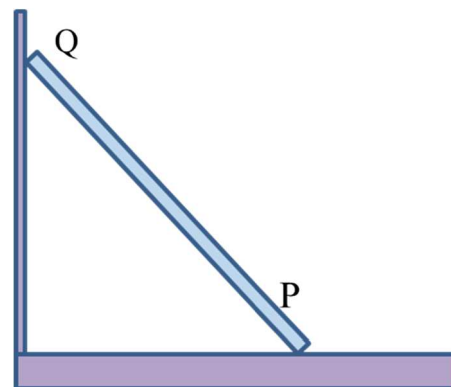
学籍番号 _____

氏名 _____

前提知識: わからなければ教科書で調べること

ベクトルの内積、外積、ベクトルの分解、ベクトルの合成、力のつり合い、力のモーメント
断りがない限り、以下のすべての問題において、重力加速度の大きさを g とする。

問題 1. 水平な床とそれに垂直な壁があり、まっすぐで一様な長さ ℓ の細い棒(その質量を m とする)が立てかけられている。ここで棒が床と接する点を P 、壁と接する点を Q とする。棒が床面となす角度を θ とする(ただし $0 < \theta < \pi/2$)



(1) 棒にはたらく力を書きこめ。ここで、棒にはたらく力は、重力 (mg)、床からの垂直抗力(N_f)と壁からの垂直抗力(N_w)、床からの摩擦力(F_f)との壁から摩擦力(F_w)の 5 つ。

(1) 壁がなめらかで床との静摩擦係数が μ のとき、棒がすべらないための角度 θ の条件を求めよ。(注意:ある特定の値ではない。ヒント:力のつりあいと、 P における力のモーメントを考える)

力のつりあい:

床に平行方向: $N_w - F_f = 0$

床に垂直方向: $N_f + F_w - mg = 0$

ここで壁がなめらかなので $F_w = 0$

ゆえに $N_f = mg$ 、また $N_w = F_f$

床から棒に働く摩擦力の制約 $F_f \leq \mu N_f$

よって $N_w = F_f \leq \mu mg$

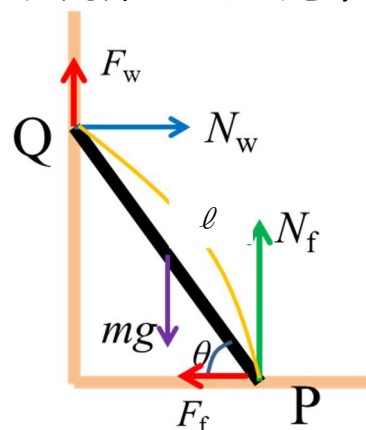
点 P での力のモーメントのつり合いは、

$$\ell mg \cos\theta/2 - \ell N_w \sin\theta = 0$$

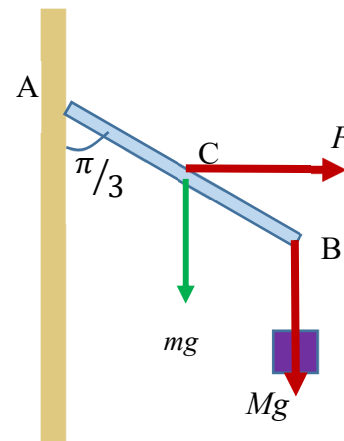
これから $\tan\theta = (mg/N_w)/2 \geq 1/(2\mu)$

$0 < \theta < \pi/2$ において \tan 関数は単調増加するので、

よって $\theta \geq \tan^{-1}(1/2\mu)$ (ここで \tan^{-1} は \tan 関数の逆関数)



問題 2 右図のように質量 m の一様な長さ L の棒を壁に蝶つがい A でつなぐ。棒の他端の B 点には質量 M の小物体をつるし、棒の中心 C を水平に大きさ F の力で引き続ける。それにより、棒を壁に対して $\pi/3$ の角度に保ちたい。そのための F の大きさに対する条件を求めよ。



A 点まわりの力のモーメント:

$$\frac{L}{2}F \sin(\pi/6) - L Mg \sin(\pi/3) - \frac{L}{2}mg \sin(\pi/3) = 0$$

これより、 $F = \sqrt{3}(2M + m)g$

問題 3. 以下の間に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを $g[m/s^2]$ とする。

(1) 右図のように、粗い水平な床の上に置いた質量 $m[kg]$ の小物体 A を $F[N]$ の力で水平方向に引っ張り続けたが、小物体 A は静止していた。力 F 以外の A に働く力の名称と大きさ及び方向をすべて答えよ。

解答

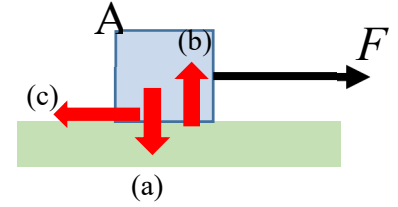
(a) 重力、鉛直下向き、 mg [N]

(b) 垂直抗力、鉛直上向き、 mg [N]

(a)と(b)がつり合っているので、小物体 A は鉛直方向には動かない

(c) 静止摩擦力、水平方向左向き(F と反対方向)、 F [N]

これが引く力とつり合っているので、小物体 A は水平方向には動かない



(2) 右図のように、水平な床の上に置いてある質量 $m[kg]$ の物体 A を、水平面と角 θ をなす力 $F[N]$ で引っ張り続けたが、物体 A は傾きもせず、動き出しもしなかった。このときの A に働く水平方向と鉛直方向の力、すべての大きさを答えよ。

解答 図のように、力 F (ベクトル) は、水平方向の力 F_x と鉛直上向きの力 F_y に分けられる。ここで $F_x + F_y = F$ (ベクトルの足し算)

(a) 重力、鉛直方向、大きさ mg [N]

(b) 垂直抗力。これと F_y の和が重力とつり合う。

鉛直方向上向き、大きさ $mg - |F_y| = mg - F \sin \theta$ [N]

(c) F の分力。水平方向右向き、大きさは $|F_x| = F \cos \theta$ [N]

(d) 静止摩擦力。これが F_x とつり合う。従って摩擦力の大きさは $|F_x|$ [N]

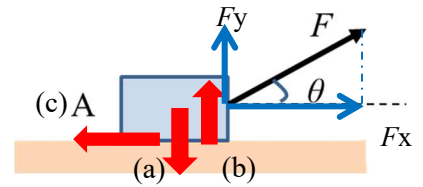
F と θ を用いて答える: $F \cos \theta$ [N] (F の分力は右向き、静止摩擦力は左向き)

なお、これがもしも最大静止摩擦力なら静止摩擦係数を μ として $\mu (mg - |F_y|)$ [N]

に等しくなるが、この場合はそう答えてはいけない(最大静止摩擦力とは限らないから)

参考:「 F を徐々に大きくしたところ A は滑り出した。滑り出す直前の摩擦力を求めよ。ただし A と床との静止摩擦係数を μ とする」という問題なら、最大静止摩擦力が関係する。

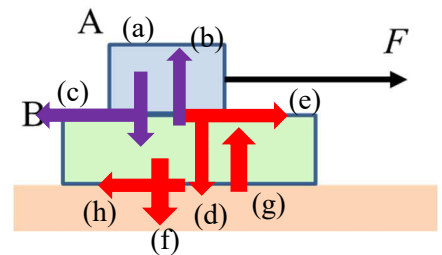
この時の答は、 $\frac{\mu mg \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$



(3) 右図のように粗く水平な床の上に置いてある質量 $M[kg]$ の小物体 B の上に質量 $m[kg]$ の小物体 A を置いた。小物体 B が小物体 A と接する面は粗い水平面である。ここで、小物体 A を力 $F[N]$ で水平方向に引っ張ったが、小物体 A は B に対し動き出さなかった。このときの B に働く力の名称と大きさを答えよ。

ただし、A が B に及ぼす力、床が B に及ぼす力、それ以外に分けて答えよ。

解答



小物体 A にはたらく力は(1)の場合と同じである:

(a)重力、鉛直下向き、 mg [N] (b)垂直抗力、鉛直上向き、 mg [N], (c)静止摩擦力、水平方向左向き、 F [N]

小物体 B もほぼ同様であるが、この小物体 A からはたらく力を考慮しなければならない。

つまり: (d) 物体 A の垂直抗力、鉛直下向き、 mg [N],

(e) 静止摩擦力、水平右向き、 F [N]

床からの力:

(f):床からの垂直抗力: 鉛直上向き、 $(M+m)g$ [N] A における(b)に相当

(g):床からの静止摩擦力: F [N] A における(c)に相当

それ以外の力(重力)

(h):B にはたらく重力、鉛直下向き、 Mg [N] A における(a)に相当

参考: A に対する力の釣りあい--- これらからAは加速度を持たない(運動しない)

水平方向: 外力 F とBからの静止摩擦力(c) --- 互いに逆向き、同じ大きさ F [N]

鉛直方向: 重力(a) とBからの垂直抗力(b) --- 互いに逆向き、同じ大きさ mg [N]

B に対する力の釣り合い--- これらからBも加速度を持たない(運動しない)

水平方向: Aからの静止摩擦力(e) と 床からの静止摩擦力(h) --- 互いに逆向き、同じ大きさ F [N]

鉛直方向: 重力(f) + Bからの垂直抗力(d) と 床からの垂直抗力(g) --- 互いに逆向き、同じ大きさ $(M+m)g$ [N]

(4) (3)において、A と B、B と床の静止摩擦係数がともに μ とすると、A を引っ張る力 F [N]はどのような大きさのものか、答えよ。

解答

(3)から、 $F \leq \mu mg$ かつ $F \leq \mu(m+M)g$ が成り立たなければならない。

$M, m, g > 0$ であるから、これらを満足するための最小条件は、 $F \leq \mu mg$