

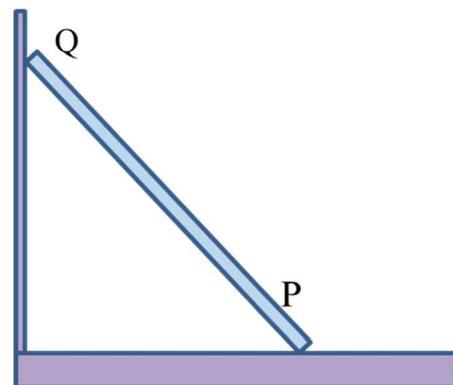
学籍番号 \_\_\_\_\_

氏名 \_\_\_\_\_

前提知識: わからなければ教科書で調べること

ベクトルの内積、外積、ベクトルの分解、ベクトルの合成、力のつり合い、力のモーメント  
断りがない限り、以下のすべての問題において、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

**問題 1.** 水平な床とそれに垂直な壁があり、まっすぐで一様な長さ  $\ell$  の細い棒(その質量を  $m$  とする)が立てかけられている。ここで棒が床と接する点を  $P$ 、壁と接する点を  $Q$  とする。棒が床面となす角度を  $\theta$  とする(ただし  $0 < \theta < \pi/2$ )



(1) 棒にはたらく力を書きこめ。ここで、棒にはたらく力は、重力 ( $mg$ )、床からの垂直抗力( $N_f$ )と壁からの垂直抗力( $N_w$ )、床からの摩擦力( $F_f$ )との壁から摩擦力( $F_w$ )の 5 つ。

(1) 壁がなめらかで床との静摩擦係数が  $\mu$  のとき、棒がすべらないための角度  $\theta$  の条件を求めよ。(注意:ある特定の値ではない。ヒント:力のつりあいと、 $P$  における力のモーメントを考える)

力のつりあい:

床に平行方向:  $N_w - F_f = 0$

床に垂直方向:  $N_f + F_w - mg = 0$

ここで壁がなめらかなので  $F_w = 0$

ゆえに  $N_f = mg$ 、また  $N_w = F_f$

床から棒に働く摩擦力の制約  $F_f \leq \mu N_f$

よって  $N_w = F_f \leq \mu mg$

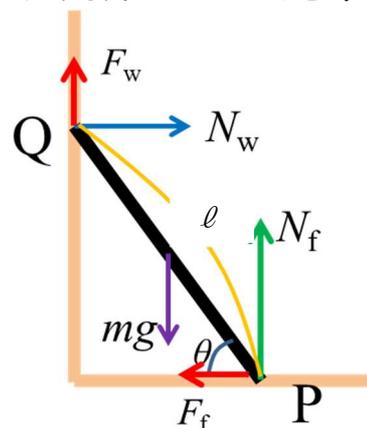
点  $P$  での力のモーメントのつり合いは、

$$\ell mg \cos\theta/2 - \ell N_w \sin\theta = 0$$

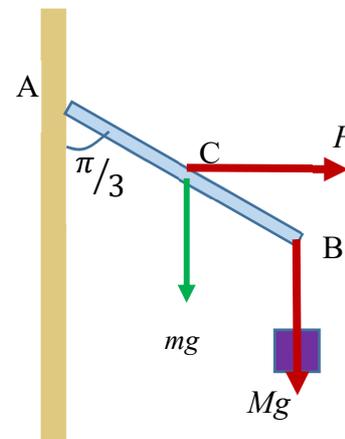
これから  $\tan\theta = (mg/N_w)/2 \geq 1/(2\mu)$

$0 < \theta < \pi/2$  において  $\tan$  関数は単調増加するので、

よって  $\theta \geq \tan^{-1}(1/2\mu)$  (ここで  $\tan^{-1}$  は  $\tan$  関数の逆関数)



**問題 2** 右図のように質量  $m$  の一様なまっすぐな長さ  $L$  の棒を壁に蝶つがい  $A$  でつなぐ。棒の他端の  $B$  点には質量  $M$  の小物体をつるし、棒の中心  $C$  を水平に大きさ  $F$  の力で引き続ける。それにより、棒を壁に対して  $\pi/3$  の角度に保ちたい。そのための  $F$  の大きさに対する条件を求めよ。



A 点まわりの力のモーメント:

$$\frac{L}{2}F \sin(\pi/6) - L Mg \sin(\pi/3) - \frac{L}{2}mg \sin(\pi/3) = 0$$

これより、  $F = \sqrt{3}(2M + m)g$

問題 3. 以下の間に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを  $g[m/s^2]$  とする。

(1) 右図のように、粗い水平な床の上に置いた質量  $m[kg]$  の小物体 A を  $F[N]$  の力で水平方向に引っ張り続けたが、小物体 A は静止していた。力  $F$  以外の A に働く力の名称と大きさ及び方向をすべて答えよ。

解答

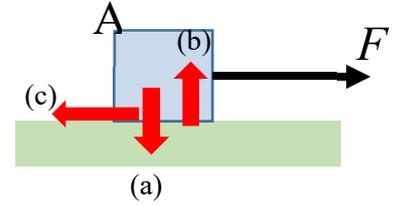
(a) 重力、鉛直下向き、 $mg$  [N]

(b) 垂直抗力、鉛直上向き、 $mg$  [N]

(a)と(b)がつり合っているので、小物体 A は鉛直方向には動かない

(c) 静止摩擦力、水平方向左向き( $F$ と反対方向)、 $F$  [N]

これが引く力とつり合っているので、小物体 A は水平方向には動かない



(2) 右図のように、水平な床の上に置いてある質量  $m[kg]$  の物体 A を、水平面と角  $\theta$  をなす力  $F[N]$  で引っ張り続けたが、物体 A は傾きもせず、動き出しもしなかった。このときの A に働く水平方向と鉛直方向の力、すべての大きさを答えよ。

解答 図のように、力  $F$  (ベクトル) は、水平方向の力  $F_x$  と鉛直上向きの力  $F_y$  に分けられる。ここで  $F_x + F_y = F$  (ベクトルの足し算)

(a) 重力、鉛直方向、大きさ  $mg$  [N]

(b) 垂直抗力。これと  $F_y$  の和が重力とつり合う。

鉛直方向上向き、大きさ  $mg - |F_y| = mg - F \sin \theta$  [N]

(c)  $F$  の分力。水平方向右向き、大きさは  $|F_x| = F \cos \theta$  [N]

(d) 静止摩擦力。これが  $F_x$  とつり合う。従って摩擦力の大きさは  $|F_x|$  [N]

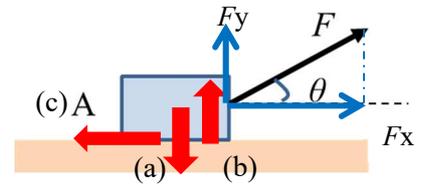
$F$  と  $\theta$  を用いて答える:  $F \cos \theta$  [N] ( $F$  の分力は右向き、静止摩擦力は左向き)

なお、これがもしも最大静止摩擦力なら静止摩擦係数を  $\mu$  として  $\mu (mg - |F_y|)$  [N]

に等しくなるが、この場合はそう答えてはいけない(最大静止摩擦力とは限らないから)

参考:「 $F$  を徐々に大きくしたところ A は滑り出した。滑り出す直前の摩擦力を求めよ。ただし A と床との静止摩擦係数を  $\mu$  とする」という問題なら、最大静止摩擦力が関係する。

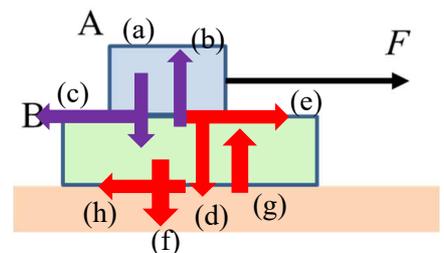
この時の答は、 $\frac{\mu mg \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta}$



(3) 右図のように粗く水平な床の上に置いてある質量  $M[kg]$  の小物体 B の上に質量  $m[kg]$  の小物体 A を置いた。小物体 B が小物体 A と接する面は粗い水平面である。ここで、小物体 A を力  $F[N]$  で水平方向に引っ張ったが、小物体 A は B に対し動き出さなかった。このときの B に働く力の名称と大きさを答えよ。

ただし、A が B に及ぼす力、床が B に及ぼす力、それ以外に分けて答えよ。

解答



小物体 A にはたらく力は(1)の場合と同じである:

(a)重力、鉛直下向き、 $mg$ [N] (b)垂直抗力、鉛直上向き、 $mg$ [N], (c)静止摩擦力、水平方向左向き、 $F$ [N]

小物体 B もほぼ同様であるが、この小物体 A からはたらく力を考慮しなければならない。

つまり: (d) 物体 A の垂直抗力、鉛直下向き、 $mg$ [N],

(e) 静止摩擦力、水平右向き、 $F$ [N]

床からの力:

(f):床からの垂直抗力: 鉛直上向き、 $(M+m)g$ [N] A における(b)に相当

(g):床からの静止摩擦力:  $F$  [N] A における(c)に相当

それ以外の力(重力)

(h):B にはたらく重力、鉛直下向き、 $Mg$ [N] A における(a)に相当

**参考:** A に対する力の釣りあい--- これらからAは加速度を持たない(運動しない)

水平方向: 外力  $F$  とBからの静止摩擦力(c) --- 互いに逆向き、同じ大きさ  $F$ [N]

鉛直方向: 重力(a) とBからの垂直抗力(b) --- 互いに逆向き、同じ大きさ  $mg$ [N]

B に対する力の釣り合い--- これらからBも加速度を持たない(運動しない)

水平方向: Aからの静止摩擦力(e) と 床からの静止摩擦力(h) --- 互いに逆向き、同じ大きさ  $F$ [N]

鉛直方向: 重力(f) + Bからの垂直抗力(d) と 床からの垂直抗力(g) --- 互いに逆向き、同じ大きさ  $(M+m)g$ [N]

(4) (3)において、A と B、B と床の静止摩擦係数がともに  $\mu$  とすると、A を引っ張る力  $F$ [N]はどのような大きさのものか、答えよ。

**解答**

(3)から、 $F \leq \mu mg$  かつ  $F \leq \mu(m+M)g$  が成り立たなければならない。

$M, m, g > 0$  であるから、これらを満足するための最小条件は、 $F \leq \mu mg$