

学籍番号 _____

氏名 _____

2~4年生用

問1. ばねを使って、長さ 0.60m の棒 AB の重さをはかることを考えた。以下の問いに答えよ。ただし以下では重力加速度の大きさを 10 m/s^2 として計算せよ。

(1) このばねは下端に 1.00kg の分銅をつるすと 0.17m の長さになり、1.50kg の分銅をつるすと 0.18m の長さになった。このことから、このばねのばね定数と自然長の長さを求めよ。ただし、それぞれ単位を明記すること。

ばね定数を $k \text{ [N/m]}$ 、ばねの自然長を $L \text{ [m]}$ とすると、

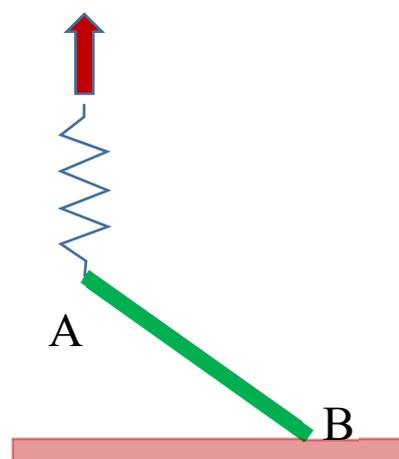
$$1.00 \times 10 = (0.17 - L) \times k \quad 1.50 \times 10 = (0.18 - L) \times k \text{ が成り立つ。}$$

これらから、 $L = 0.15 \text{ m}$ 、 $k = 5.0 \times 10^2 \text{ [N/m]}$ と求められる。

フックの法則：自然長からの伸び縮みを $x \text{ [m]}$ 、かかる力を $F \text{ [N]}$ 、ばね定数を $k \text{ [N/m]}$ とすると $F = kx$

(2) この棒は重いため、このばねにつるしてその伸びを計ろうとすると、ばねの弾性限度以上に伸びてしまう。そこで棒の端を滑らかで水平な床につけて計測した。右図は A 端にばねをつけ B 端を床につけて計測した様子である。ここで棒は均一ではないため、重心が棒の中心にあるとは限らないことに注意して以下に答えよ。

(a) 棒の質量を $M \text{ [kg]}$ 、棒の重心が B 端から $x \text{ [m]}$ の位置にあるとし、A 端に(1)で計測したばねをつけ B 端を床に接触させて計測した時、ばねの長さは 0.20m となり、棒と床とのなす角が α であった。このときの、力のモーメントのつりあいの式をかけ。



上に引く力を $F \text{ [N]}$ とすると、B 点回りの力のモーメント: $Mgx \cos \alpha - 0.60 F \cos \alpha = 0$

(1)の結果を用いると、 $F = (0.20 - 0.15) \times k = 25 \text{ N}$ であるから、 $Mgx \cos \alpha = 15 \cos \alpha$

(b) (a)と同じく、棒の質量を $M \text{ [kg]}$ 、棒の重心が B 端から $x \text{ [m]}$ の位置にあるとする。今度は B 端に(1)で計測したばねをつけ A 端を床に接触させて計測した時、ばねの長さは 0.30m となり、棒と床とのなす角を β であった。このときの力のモーメントのつりあいの条件式をかけ。

上に引く力を $F' \text{ [N]}$ とすると、A 点回りの力のモーメント: $Mg(0.60 - x) \cos \beta - 0.60 F' \cos \beta = 0$

(1)の結果を用いると、 $F' = (0.30 - 0.15) \times k = 75 \text{ N}$ であるから、 $Mg(0.60 - x) \cos \beta = 45 \cos \beta$

(c) 上の二つの式から、棒の質量と棒の重心の位置を求めよ。(注意: (a),(b)で仮定した M と x の値を数値で答えること)

(a)を整理すると、 $Mgx = 15 \Rightarrow Mg = 15/x$

(b)を整理すると、 $Mg(0.60 - x) = 45$

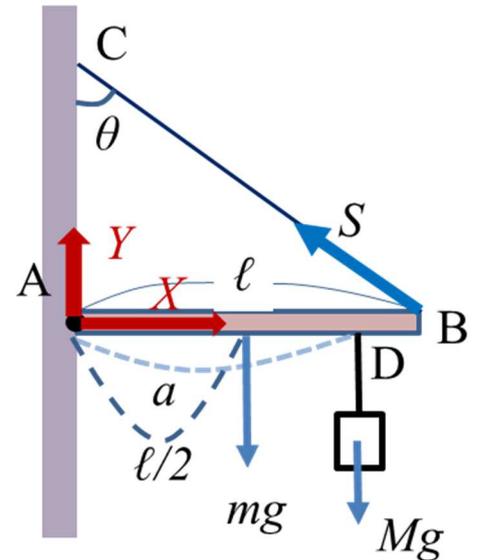
これから、 $15(0.60 - x) = 45x$

$9.0 = 60x \quad \therefore x = 0.15 \text{ m}$

よって、 $M = 10 \text{ kg}$

力のモーメント:
 支点を P,
 力の大きさを $F \text{ [N]}$
 作用点と支点の距離
 を $l \text{ [m]}$ 、棒と床との角度を $\theta \text{ [rad]}$
 力が鉛直方向に作用しているとする
 力のモーメントの大きさ
 $F l \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = F l \cos \theta$

問2. 右図のように、質量 m の均質な長さ ℓ [m] の棒が、一端はピン A で壁に取り付けられ、他端は糸 BC で壁に結ばれて、水平になっている。糸と壁がなす角は θ である。いま、棒上の点 D ($AD=a$ [m]) に質量 M [kg] のオモリをつりさげた。重力加速度の大きさを g [m/s^2] として以下の間に答えよ。ただし、図において X はピン A の抗力、 Y はピン A に壁に平行にはたらく力、 S は糸の張力を表す。答だけではなくどのように考えたかも分かるように書くこと。



(1) 棒が静止するために成り立つ条件を書け (M, g, a, ℓ, θ 以外に X, Y, S を用いて良い)

① 鉛直方向の力のつり合い:

$$(M+m)g = S \cos\theta + Y$$

② 水平方向の力のつり合い:

$$X = S \sin\theta$$

③ A 点周りの力のモーメントのつり合い:

$$S\ell \sin(\pi/2 - \theta) - aMg - \ell mg/2 = 0$$

(2) 糸 BC の張力 S [N] の大きさを求めよ。 M, g, a, ℓ, θ から適切なものを用いて表すこと。

③を書き直すと $2\ell \cos\theta = (2aM + \ell m)g$

これから
$$S = \frac{(2aM + \ell m)g}{2\ell \cos\theta}$$

(3) ピン A の抗力 X [N] の大きさを求めよ。 M, g, a, ℓ, θ から適切なものを用いて表すこと。

(2)の解答から②に代入して

$$X = \frac{(2aM + \ell m)g}{2\ell} \tan\theta$$

(4) ピン A に壁に平行にはたらく力 Y [N] の大きさを求めよ。 M, g, a, ℓ, θ から適切なものを用いて表すこと。

① から
$$Y = (M+m)g - \frac{(2aM + \ell m)g}{2\ell} = \left(\frac{\ell-a}{\ell}M + \frac{1}{2}m\right)g$$