

学籍番号 _____

氏名 _____

問題1. 右図に示すように、静止していた質量 M の小球 B に、速さ v_0 で進んできた質量 m の小球 A が衝突した。反発係数を e とし、2 球の運動はすべて水平な一直線上で行われたものとする。

(1) 衝突後の A, B の速度をそれぞれ v_A, v_B として(ただし、はじめ A が進んできた向きを速度の正の向きとする)、運動量保存の法則の式を書け。

答え: $mv_0 = mv_A + Mv_B$

(2) 反発係数 e を、 v_0, v_A, v_B で表せ。

答え: $e = \frac{v_B - v_A}{v_0}$

(3) v_A と v_B を m, M, v_0, e を用いて表せ。

答え: (1)、(2)から $v_A = \frac{m-eM}{m+M}v_0$ $v_B = \frac{(1+e)m}{m+M}v_0$

(4) 小球 A が衝突後、初め進んできた方向と反対向きに進む条件を求めよ。

答え: (3)から $v_A = \frac{m-eM}{m+M}v_0 < 0 \quad \therefore m < eM$

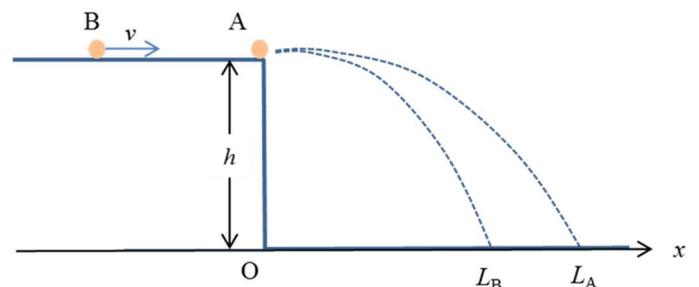
(5) 衝突の前後で失われた力学的エネルギーを求めよ。

答え: 衝突前の力学的エネルギー: $\frac{1}{2}mv_0^2$

衝突後の力学的エネルギー $-\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}Mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \left(\frac{m+e^2M}{m+M} \right)$

失われた力学的エネルギーはこの差だから $\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \left(\frac{m+e^2M}{m+M} \right) = \frac{1}{2}mv_0^2 \frac{M(1-e^2)}{m+M}$

問題2. 右図のように高さ h [m] の水平でなめらかな台の上に小球 A を置く。そして A に向かって小球 B を速さ v [m/s] で衝突させる。その後 A と B は台から水平に飛び出し、台の端の位置を原点とする x 軸上の水平面に落下した。



このとき、A と B は同じ鉛直面内を運動し、落下位置はそれぞれ原点から L_A [m], L_B [m] であったとする。ここで重力加速度の大きさを g [m/s²]、空気抵抗は無視できるものとする。

(1) 衝突後の A と B の速さをそれぞれ求めよ。

答え: 衝突後の A と B の速さをそれぞれ v_A [m/s], v_B [m/s], 落下した時間を t [s] とすれば、

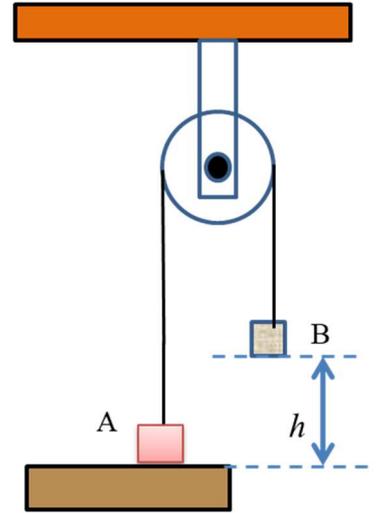
$\frac{1}{2}gt^2 = h$ から $t = \sqrt{2h/g}$ また $v_A t = L_A$ $v_B t = L_B$ であるから、

$v_A = \frac{L_A}{t} = L_A \sqrt{g/2h}$ $v_B = \frac{L_B}{t} = L_B \sqrt{g/2h}$

(2) A と B の衝突における反発係数の値を求めよ

答え: 反発係数を e とすると $v_A - v_B = ev$ であるから $e = \frac{v_A - v_B}{v} = \frac{L_A - L_B}{v} \sqrt{g/2h}$

問題 3. 右図に示すように、質量 m の物体 A と質量 M の物体 B が軽い滑車を通した糸で結ばれている ($M > m$)。運動前、物体 A を床に付けた時、物体 B は床から h だけ上方にあった。この状態から静かに放すとき、物体 B が降下して床と同じ高さになるときの速さ v を力学的エネルギー保存則を用いて求めよ。ここで重力加速度の大きさを g とする。



答え: 運動前の位置エネルギーを基準とすると、物体 A は h 上昇し、物体 B は h 下降している。また二つの物体の速さは等しいので、床を位置エネルギーの基準点とすると力学的エネルギー保存則から

$$Mgh = mgh + \frac{1}{2}(M + m)v^2 \quad \text{よって} (M + m)v^2 = 2(M - m)gh$$

$$\text{これから } v = \sqrt{\frac{2(M-m)gh}{M+m}}$$

問題 4. 質量 M の物体にばね定数 k の軽いばねを取り付け、なめらかな床の上に置く。右図のように、質量 m の小球をばねに押し付け、ばねを自然長より L だけ縮めた状態にして、物体と小球を同時に静かに放すと、物体は速さ V で左へ、小球は速さ v で右へと動いていった。

(1) 速さ V を、 M, m, v を用いて表せ。

答え: 運動量保存則から $V = \frac{m}{M}v$

(2) 速さ v を、 M, m, k, L を用いて表せ。

答え: 力学的エネルギー保存則を適用



$$\frac{1}{2}kL^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

$$(1) \text{ の結果を代入して } kL^2 = \left(m + M\left(\frac{m}{M}\right)^2\right)v^2 = m\left(1 + \frac{m}{M}\right)v^2 = \frac{m(m+M)}{M}v^2 \quad \therefore v = L\sqrt{\frac{kM}{m(m+M)}}$$

問題 5. 右図のように、水平な床の上に質量 M の板 B が置いてある。B の左側に質量 m の小物体 A を載せ、右向きに速さ v_0 を与えると、A は B の上を滑り、B は床上を滑り、やがて A は B の上で停止し、A と B は同じ速さで動くようになった。A と B の間の動摩擦係数は μ' で、B と床との間には摩擦はない。また重力加速度の大きさを g とする。

(1) 同じ速さになった後の A と B の速さを求めよ。

答: 求める速さを V とすると運動量保存則より

$$(m+M)V = mv_0 \quad \text{よって} V = \frac{mv_0}{m+M}$$

(2) A と B が同じ速さになるまでの A の運動量の変化を求めよ。

初めの A の運動量は mv_0 であることから(1)の結果を用いて

答: $mv_0 - mV = \frac{mMv_0}{m+M}$ つまり $\frac{mMv_0}{m+M}$ だけ減少した

(3) (2)で求めた A の運動量の変化は、動摩擦力 F' による力積に等しいとして、A に初速度を与えてから A と B が同じ速さになるまでの時間 t を求めよ。

答: 運動量の変化 $-\frac{mMv_0}{m+M}$ は力積 $F't$ に等しい。ここで $F' = -\mu'mg$ であることから

$$-\mu'mgt = -\frac{mMv_0}{m+M} \quad \therefore t = \frac{Mv_0}{\mu'g(m+M)}$$

追加問題: 同じ速さになるまでに A が移動した距離と、B が移動した距離をそれぞれ求めよ(両者は異なる)。

摩擦がした A と B それぞれにした仕事を求めよ。

摩擦がした仕事と、A、B それぞれの力学的エネルギーの変化との関係について述べよ。