

# 物理学(2)

担当: 白井 英俊

Email: [sirai@sist.chukyo-u.ac.jp](mailto:sirai@sist.chukyo-u.ac.jp)

## 2章 力のつり合い

力学とは、力と運動の関係を調べる学問

そのための基礎として、

**静止**している物体

= 物体に働く**力がつりあって平衡状態**にある

について、力の働きを調べる

## 2.1 力とは

きちんとした定義が与えられ、特定の意味を持つ用語のこと

物理学に限らず、いろいろな学問において「力」のように普通の言葉が**専門用語**として用いられることが多いので注意しよう

**力**：物体どうしの相互作用の説明に用いる

物体の運動状態が変化したり変形したりした時に、他の物体から力を受けている、と考える

静止している物体でも、周囲の物体から力を受けていることに注意

力の分類:

- (1) 接触力 --- 接点や接触面を通して受ける力。例: 抗力、張力
- (2) 遠隔力 --- 空間的に離れた物体からの力。例: 万有引力、電磁気力
- (3) 見かけの力--- 他の物体から受ける力ではなく、座標系の加速度運動に原因がある力。例: 慣性力、遠心力

## 2.2 力の表し方

力の単位： N (ニュートン) で表す

1 N = 1 kgの質量の物体に作用し、

1 m/s<sup>2</sup> の加速度を生じさせる力

力は「大きさ」だけではなく、「向き(方向)」が重要

そこで、力をベクトルで表す (図で書くと長さを持つ矢印)

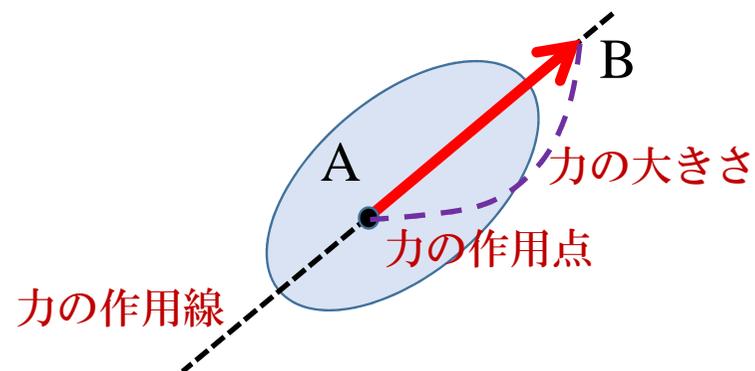
また、力が作用する物体が大きい場合には「力が加わっている場所」 --- 作用点 --- も重要になる

力の作用線: 力の作用点を通り、  
力の方向に引いた直線

参考: p.75 運動の第2法則

力を $F$ 、物体の質量を $m$ 、力によって物体に生じる加速度を $a$ とすると、

$$F = ma$$

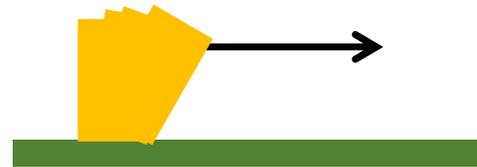


# 作用点の重要性

同じ大きさと向きをもつ力でも、作用点が異なると物体への効果は異なることがある

その例: (前提: 床と物体との間に摩擦がある)

同じ大きさの力で  
同じ方向に物体を引く



## 2.3 力のつり合い

物体が静止している  $\Leftrightarrow$  その物体にはたらく力がつり合っている

ここでは**剛体**を想定 --- 力を加えても変形しない物体

## 2.3 力のつり合い

### (1) 作用線を共有する2力のつり合い

右図のように、

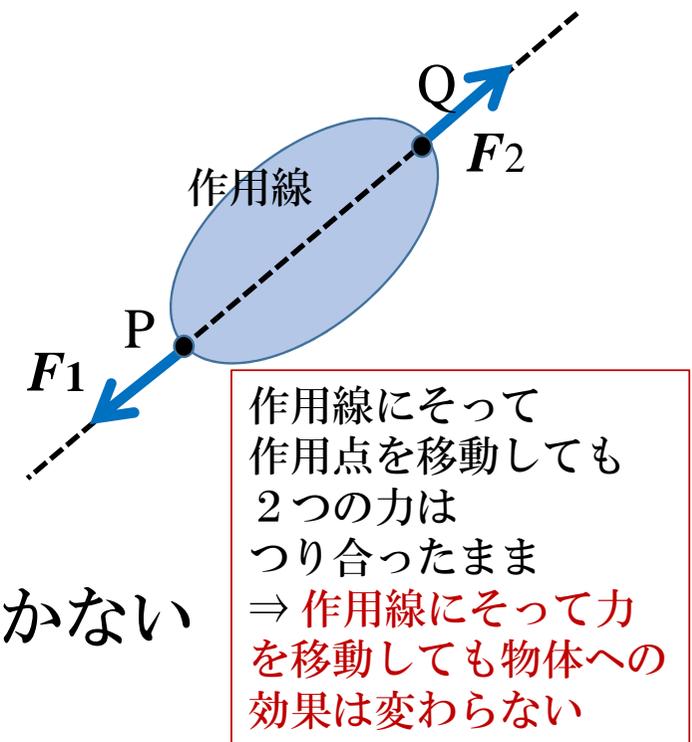
- 力の作用線を共有

(力の作用点はその線上にあり、力の向きがその線上にそろおう)

- 力の大きさが等しく、向きが逆である2つの力 $F_1, F_2$ は『つり合う』

つまり、この2つの力が働いても、物体は動かない  
また、このことから、 $F_1 = -F_2$  と表される

負号は『逆向き』を意味



## 2.3 力のつり合い

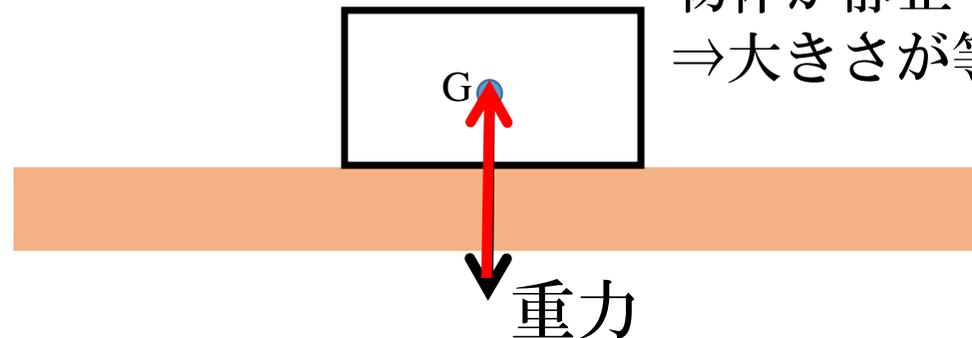
### (1) 作用線を共有する2力のつり合い

#### 例題2.1

水平な床の上に立方体ブロックが置かれている。ブロックが床から受ける力(抗力)を図示せよ。ここで点Gはブロックの重心とする。

**抗力**：床からの接触力

物体が静止⇒重力と抗力は『つり合う』  
⇒大きさが等しく逆向き、作用線を共有

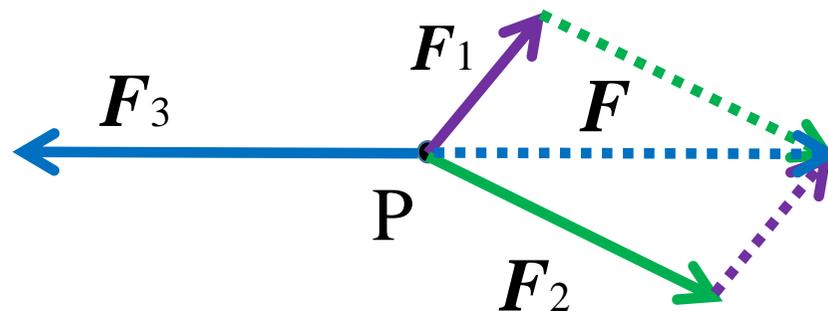


## 2.3力のつり合い

### (2) 3力のつり合い

2つの力がつり合う場合は(1)で述べた

任意の点Pに3つの力( $F_1, F_2, F_3$ )が作用してつり合っている場合:



$F_1$ と $F_2$ でつくる平行四辺形の対角線の矢線 $F$  (ベクトルで表すと、 $F=F_1+F_2$ )が $F_3$ と大きさと方向が等しく向きが逆になっている

$F$ を $F_1$ と $F_2$ の合力という

2つの力がつり合う場合に帰着

公式:  $n$ 個の力がつり合う条件:

$$F_1+F_2+\dots+F_n=0$$

$F = -F_3$  また、 $F_1+F_2+F_3=0$  と書ける

## 2.3力のつり合い

### (3)力の分解

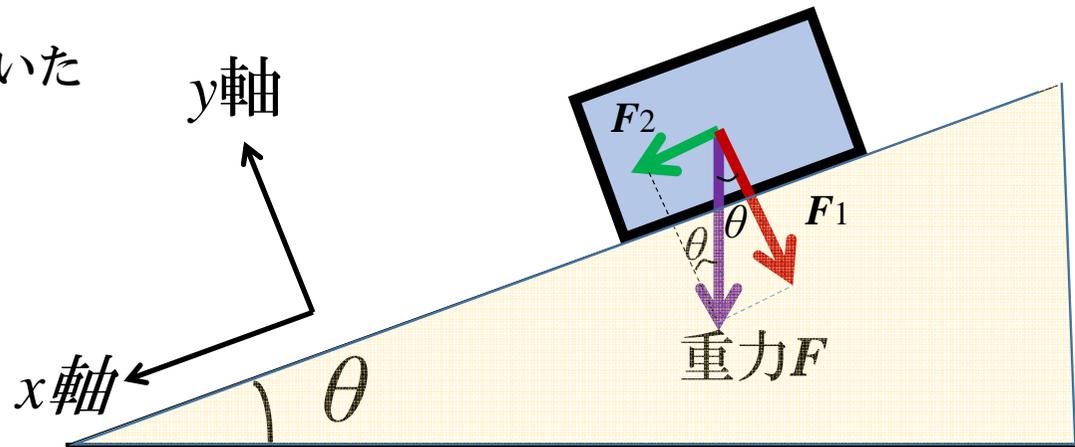
(2)で「力の合力」について学んだ。  
これを逆に使うことを考える...

$$F_1 \text{ の大きさ: } F \cos\theta$$
$$F_2 \text{ の大きさ: } F \sin\theta$$

1つの力 $F$ を2つの力 $F_1$ 、 $F_2$  (ただし $F=F_1+F_2$ )に分ける  
このように分けた力を「(元の)力 $F$ の分力」という

例:

右図のように、斜面上に物体を置いた  
とき、  
物体にはたらく重力 $F$ を、  
斜面上に垂直な力 $F_1$   
斜面上に平行な力 $F_2$   
という2つの分力に分ける



## 2.3力のつり合い

### (4)平行な2力の合成

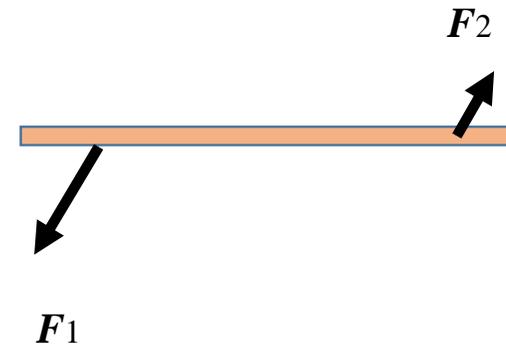
問題 細い棒に平行な2つの力がはたらく  
これらの合力をどのように求めるか？

(1)



答: ある点を作用点とする  
 $F_1+F_2$  の大きさと向きの方

(2)



答: 偶力(2つの力の大きさが等しい平行で逆向きの場合)でなければ(1)と同様に求まる  
p.18 例題2.3

## 2.3力のつり合い

### (4)平行な2力の合成 (続)

ステップ1. 棒に平行な適当な大きさの力 $F_3$ が $F_1$ の作用点に、また $-F_3$ の力が $F_2$ の作用点にはたらくと仮定する

(この2つの力の和は0になるので、こう仮定しても影響なし)

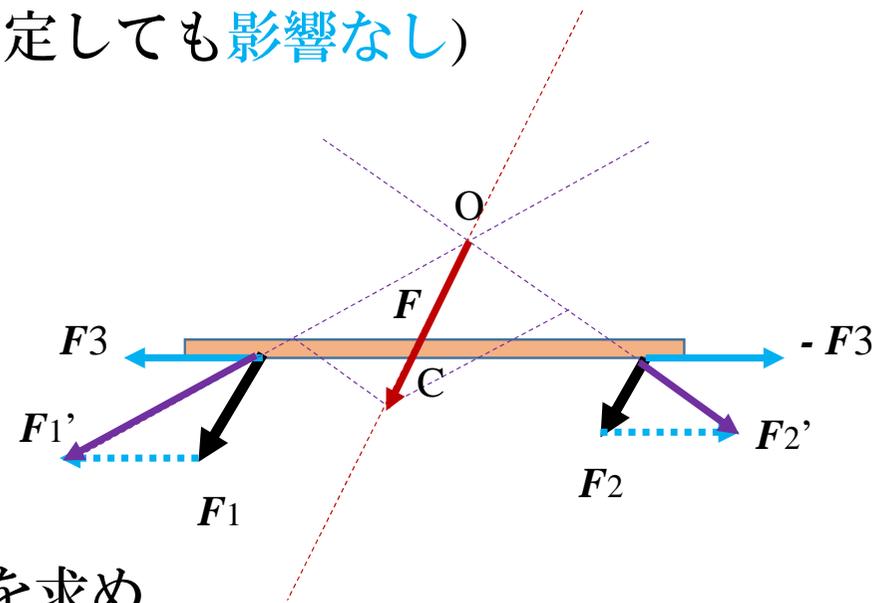
ステップ2.  $F_3$ と $F_1$ の合力 $F_1'$ 、および $-F_3$ と $F_2$ の合力 $F_2'$ を求める

ステップ3.  $F_1'$ と $F_2'$ の作用線の交点Oを求める

ステップ4. 交点Oに $F_1'$ と $F_2'$ を移動させ、合力 $F$ を求める

ステップ5. 合力 $F$ の作用線と棒との交点Cを求める。これが、 $F_1$ と $F_2$ の合力が作用する点

Cは $F_1$ と $F_2$ の作用点を結ぶ線分を(力の大きさ) $F_2:F_1$ に内分する点



## 2.4 自然界に存在するいろいろな力

### (1) 重力

地上のすべての物体が地球から受ける力。方向は地球の中心方向

物体の**重さ** --- その物体が受ける重力の大きさ。質量 $m$  [kg]なら  $mg$  [N]

ここで  $g$  は**重力加速度の大きさ**、 $9.8 \text{ m/s}^2$

用語: 鉛直方向、水平方向

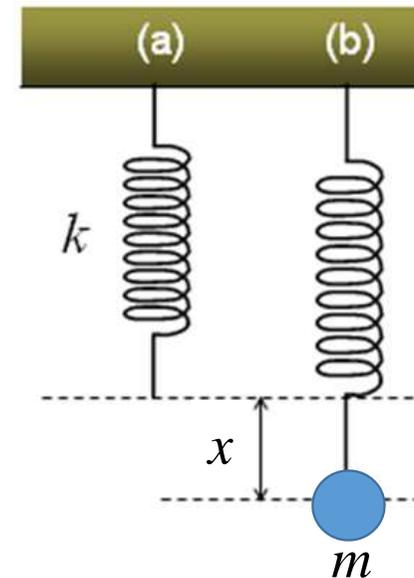
### (2) ばねの力

ばねにおもり ( $m$  [kg]) を吊ると、ばねは伸びて静止する  $\Leftrightarrow$  物体にかかる重力 ( $mg$  [N]) とばねの力が釣り合う

おもりに対して「ばねの伸び」 ( $x$  [m]) に比例した力がはたらく

$$mg = -kx$$

ばね定数 --- ばねによって異なる値をもつ

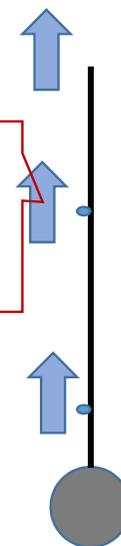


## 2.4 自然界に存在するいろいろな力(続)

### (3) 糸の張力

糸や紐など(「糸」で総称)に繋がれた物体が糸から受ける力  
ぴんと張った状態でのみ、糸に沿った方向に力を及ぼす

糸のどの点でも  
張力は等しい  
その理由は?



### (4) 面の抗力

物体Aが他の物体Bと接触して、接触面(点の場合もある)を通して  
Bから受ける力のこと

**垂直抗力**: 接触面に垂直な力の成分 --- 慣習的に $N$ で表す

**摩擦力**: 接触面に平行な力の成分 --- 慣習的に $f$ で表す

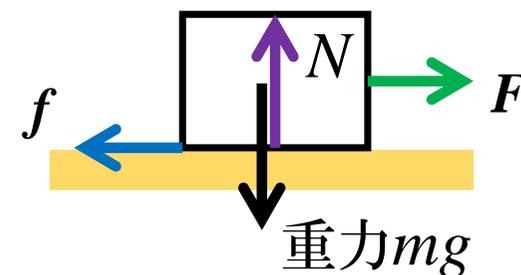
物体を力 $F$ で引いても、力が小さい場合は動かない

**静止摩擦力** --- 引いている力と等しい力が逆向きに

はたらいてつり合う

**最大静止摩擦力** ---  $F$ を大きくして動き出す直前の摩擦力。

垂直抗力 $N$ に比例、 $\mu N$  ---  $\mu$ は静止摩擦係数



## 静止摩擦力(続)

- 静止摩擦係数  $\mu$  は、物体や床の面によってきまる定数(次元をもたない数) .
- 最大静止摩擦力  $f_{max}$  は物体の形などによらず、**静止摩擦係数  $\mu$  と垂直抗力  $N$  のみによって決まる** ---  $f_{max} = \mu N$
- なめらかな面(smooth surface)と粗い面(rough surface)  
「なめらか」は摩擦がはたらかないことを意味する。「粗い」はその反対語
- 物体が静止しているときの摩擦力の大きさ  $f$

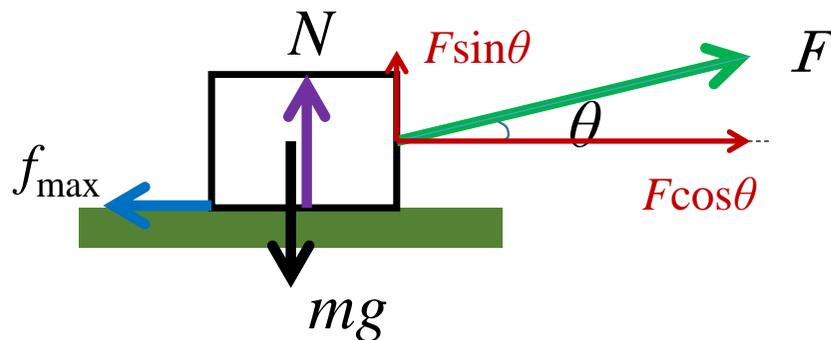
$$(2.4.11) \quad 0 \leq f \leq f_{max} = \mu N \quad [\text{N}]$$

いつも最大静止摩擦力がはたらいているわけではない  
(最大静止摩擦力とは、静止摩擦力がとれる最大値)

# 練習問題

水平な粗い床に置かれた質量 $m$ [kg]の物体に糸をつけて、 $F$ [N]の力で水平と角度 $\theta$ をなす斜め上方向に引っ張った。物体が動き出す直前の $F$ の大きさを求めよ。ただし静止摩擦係数を $\mu$ とし、重力加速度の大きさを $g$  [m/s<sup>2</sup>]とする。

まず図を書き、それぞれの力を書き入れよう  
その力のつり合いの式を立てる



解答：

$$f_{\max} = \mu N = F \cos \theta$$

$$mg = N + F \sin \theta$$

これから ( $N = mg - F \sin \theta$ として)

$$\mu(mg - F \sin \theta) = F \cos \theta$$

$$F(\cos \theta + \mu \sin \theta) = \mu mg$$

$$\therefore F = \mu mg / (\cos \theta + \mu \sin \theta)$$

# 問題の解説の追加

以下の式をたてた：

$$f_{\max} = \mu N = F \cos \theta$$

$$mg = N + F \sin \theta$$

これにより上の2つの式は  
床に垂直な力のつり合い  
と

床に平行な力のつり合い  
の式となる

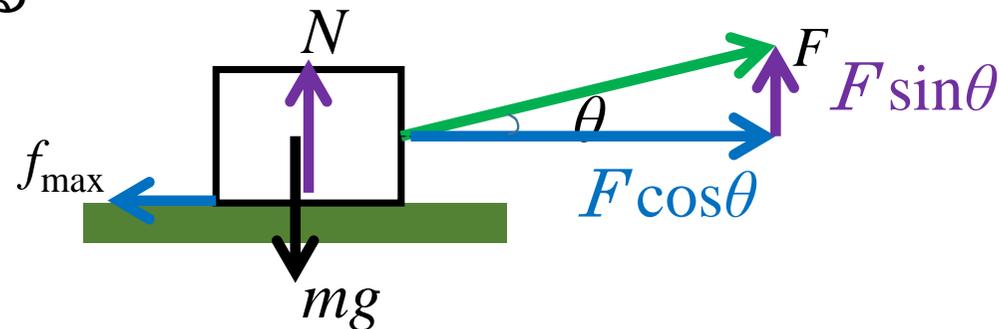
ここで  $F$  を：

床に平行な成分  $F \cos \theta$

と

床に垂直な成分  $F \sin \theta$

とに分けていることに注意！



# 動摩擦力

**動摩擦力**(sliding friction): 物体が引っ張られるなどの力によって床をすべり出した「後に」物体の運動を妨げる向きにはたらく摩擦力 (大きさを $f'$  で表す)

物体の速度によらない一定の力

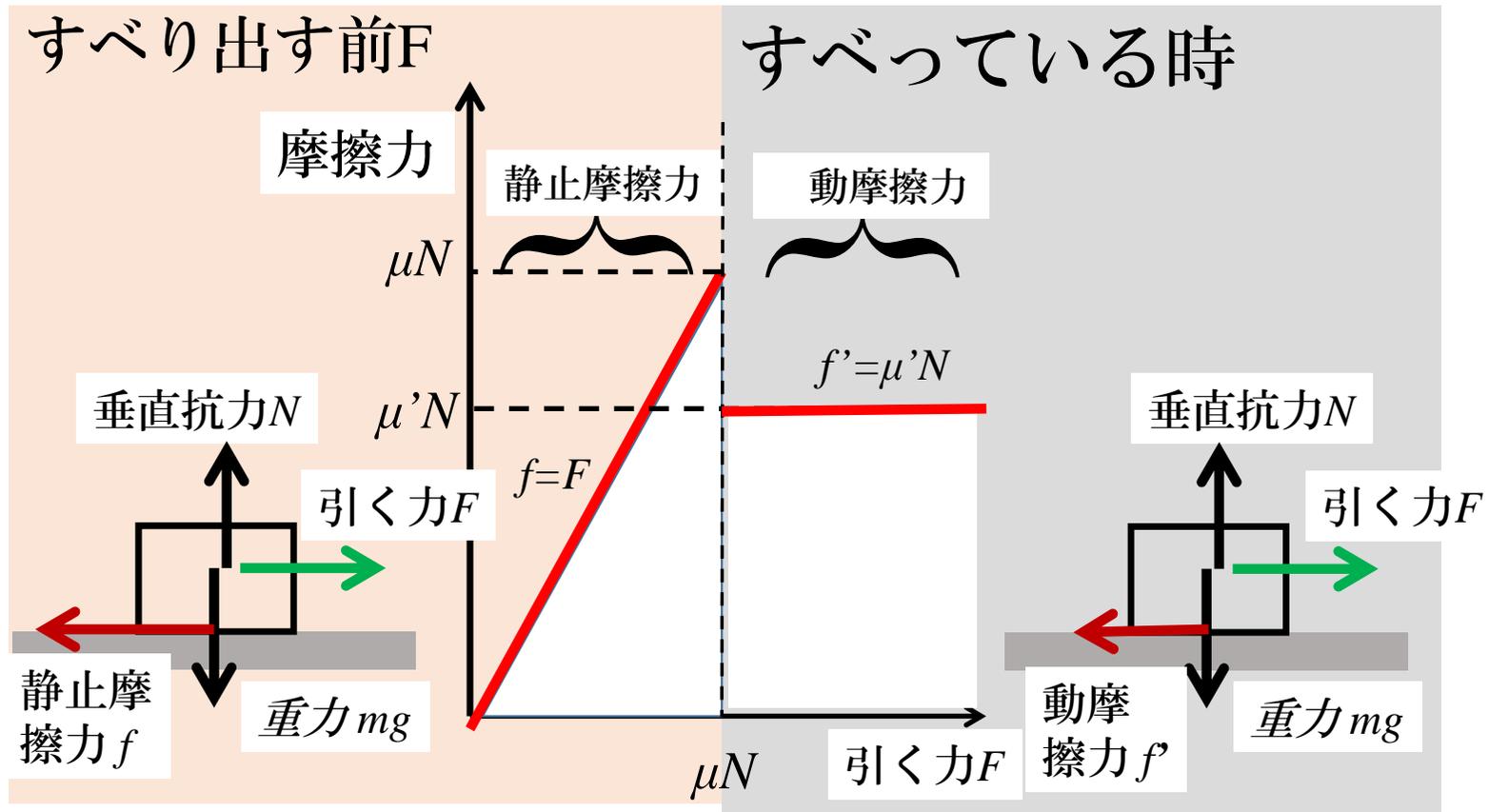
$$(2.4.12) \quad f' = \mu' N \quad [\text{N}]$$

ここで $\mu'$ は**動摩擦係数** (coefficient of sliding friction)

一般に(「普通の場合は」、ということ)

$$\mu > \mu' \quad (\mu: \text{静止摩擦係数})$$

# 静止摩擦力と動摩擦力



# 張力、抗力、摩擦力の問題

p.23-24の

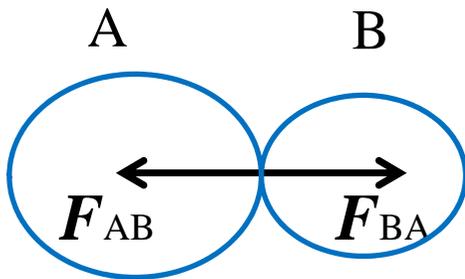
例題2.4 を考え、解いてから解説を読む  
問6, 7, 8 を考えて解く

## 2.5 作用・反作用の法則

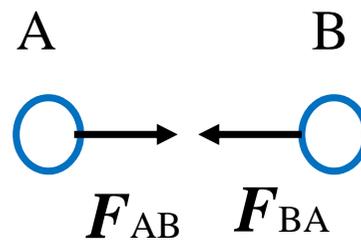
ここでの記号の約束:  $F_{AB}$  --- 物体Aが物体Bから受ける力

練習:  $F_{BA}$  とはなにか、説明せよ

物体AとBが力を及ぼし合っている場合



(a) 接触力

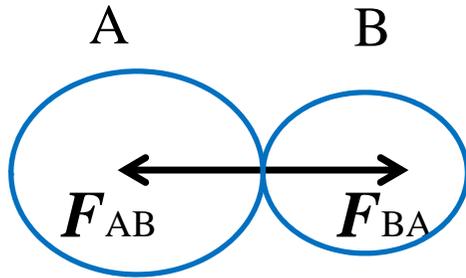


(b) 引力(遠隔力)

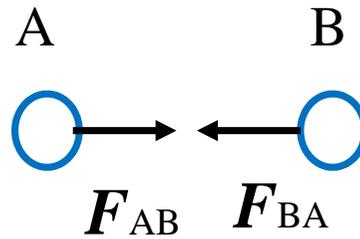


(b) 斥力(遠隔力)

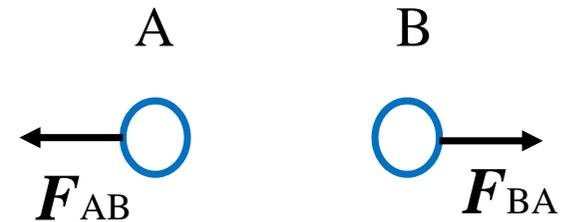
## 2.5 作用・反作用の法則(続)



(a) 接触力



(b) 引力(遠隔力)



(b) 斥力(遠隔力)

物体AをBをまとめて **AB** で表し、ひとつの物体と見なす

系 (システム) **AB**が受ける力 = Aが受ける力 + Bが受ける力

$F_{AB} + \text{AがB以外から受ける力}$

$F_{BA} + \text{BがA以外から受ける力}$

**AB**が受ける力 =  $F_{AB} + F_{BA} + \text{ABがA,B以外から受ける力}$

ゆえに、 $F_{AB} + F_{BA} = 0$ 、つまり  $F_{AB} = -F_{BA}$

## 2.5 作用・反作用の法則(続)

### 法則 2. 2

作用・反作用の法則 (ニュートンの運動の第3法則)

物体Aが物体Bから力 $F_{AB}$ を受けるとき、  
物体Bは物体Aから力の作用線を共有し、  
大きさ、方向が等しく、向きが逆の力 $F_{BA}$ を受ける。  
すなわち、

参考：

第1法則：慣性の法則

第2法則：運動方程式

$$(2.5.16) \quad F_{AB} = -F_{BA}$$

**注意:** 物体が「静止状態」であるためのつり合いの式と混同しないように。

つり合いの式は、同じ物体に対するもの。

それに対し、この公式の力 $F_{AB}$ と $F_{BA}$ は、はたらく対象が異なる

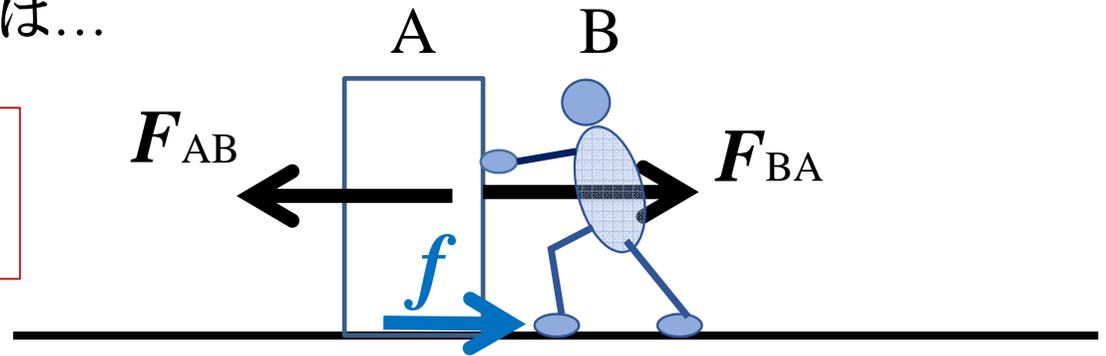
## 例題2.5 接触物体からの反作用

静止した物体Aに人Bが水平方向に力 $F_{AB}$ を加えて押す  
物体AはBに力 $F_{BA}$ で押し返す。

作用反作用の法則により  $F_{AB} = -F_{BA}$

「物体Aが静止するかどうか」は「物体Aにはたらく力だけ」考える  
物体Aにはたらく力は、重力、床からの垂直抗力、力 $F_{AB}$ 、床からの摩擦力 $f$   
このうち、床に平行な力は **力 $F_{AB}$** と床からの**摩擦力 $f$**  --- これらがつりあえば物体Aは静止する。そうでなければ...

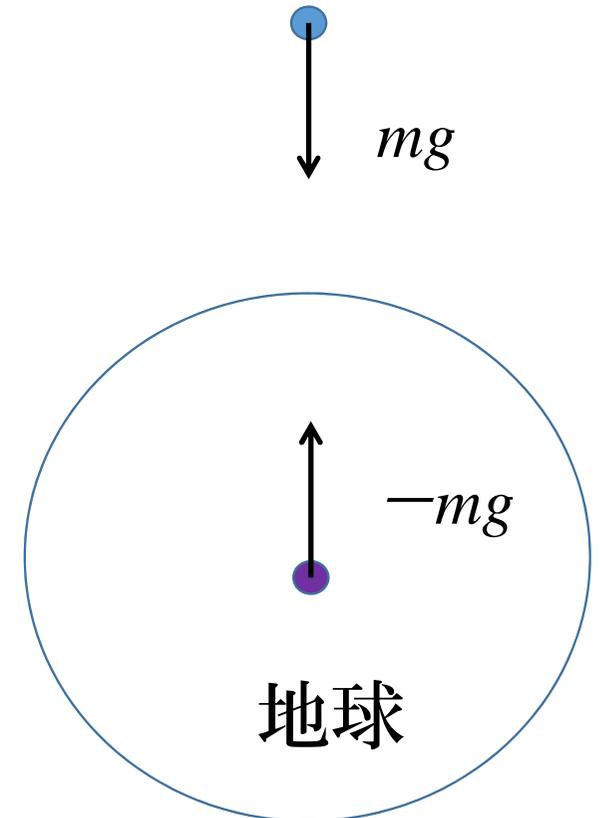
参考: 床に垂直な力、つまり重力と垂直抗力が  
つり合うから物体Aは床に垂直方向には動かない  
もしも、これがつり合わなければどうなる？



## 例題2.6 重力の反作用

質量 $m$ の物体Aが重力 $mg$ を受けて落下している。このとき重力 $mg$ の反作用はどうなっているか？

重力は遠隔力なので、その反作用の力  
 $-mg$ は、地球の重心を作用点とし、物体  
の方向にはたらく、つまり地球は物体Aか  
ら重力と同じ大きさの力の引力を受ける

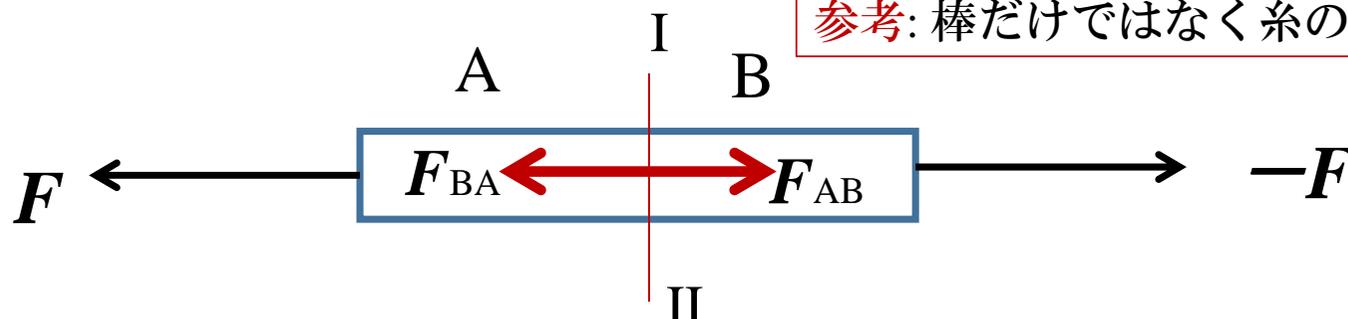


## 例題2.7 内力

棒の両端に力 $F$ と $-F$ を加えて引っ張る。このとき、棒を任意の位置にある仮想断面I, IIで2つの部分A, Bに分けて考える。

AがBから受ける力 $F_{AB}$ とBがAから受ける力 $F_{BA}$ はどのようなものか？

参考: 棒だけではなく糸の張力でも同様



作用反作用の法則により、 $F_{AB}$ と $F_{BA}$ の大きさと方向は等しく、逆向き、すなわち $F_{AB} = -F_{BA}$ が成り立つ。

ここで棒が静止しているので、Aに働く力もつり合っている。

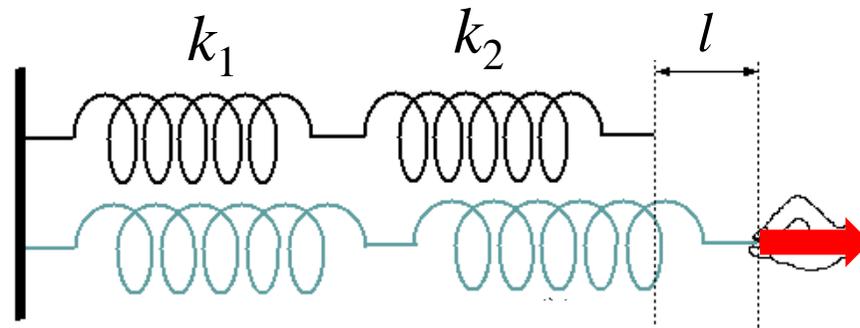
$F_{AB} = -F$  同様にBに働く力のつり合いから、 $F_{BA} = F$

# 2章の問題

p.28-29 の問題をすべて解くこと

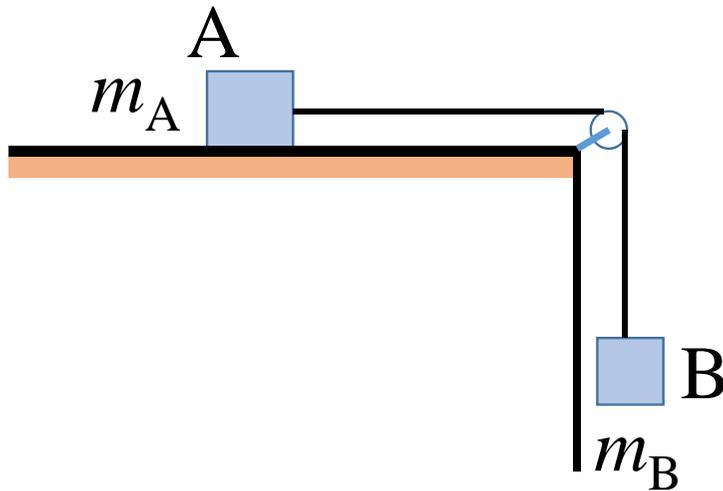
# 追加問題1.

- (1) ばね定数が $k_1$ と $k_2$ の軽いばねが直列につながれている。2つのばねの自然長からの伸びの和が $l$ であるとき、それぞれの伸びを求めよ。
- (2) (1)で直列につないだばねを「ひとつのばね」と見た時、このばねのばね定数を求めよ。



## 追加問題2.

あらい水平な台の上に質量 $m_A$ の物体Aが置かれ、軽い糸が付けられている。糸の他端にはなめらかな滑車を通して質量 $m_B$ の物体Bがつるされている。Aが静止しているための条件を求めよ。ここで $\mu$ は台の静止摩擦係数、 $g$ を重力加速度の大きさとする。



**考え方**：それぞれの物体ごとに、はたらく力を考えて書き込む。

糸の張力を $T$ 、静止摩擦力を $f$ 、垂直抗力を $N$ とし、台に平行方向と垂直方向の成分にわけ、つり合いの式を考える。

# 2章についての質疑討論