

宿題の追加問題の答

部屋が A, B, C, D と 4 つあり、ロボットは最初部屋 A にいる。そこで「停留」コマンドを選択した。このコマンドによりロボットは確率 $1/2$ で同じ部屋にとどまるが、 $1/6$ の確率でそれぞれ別な部屋に飛ばされる。そこでロボット A は光を感知した。光を感知できる確率は A, B, C, D それぞれ $1/10, 1/5, 2/5, 1/10$ とする。

1. 部屋 A にいる確率を求めよ。

これはベイズフィルタの問題である。ベイズフィルタでは、(1)「前の時点での存在確率と状態遷移確率の積」の総和によってそれぞれの状態に存在する「仮の値」を求め、(2)その値に観測確率を掛けて存在確率に比例する G 値を求め、(3) G を正規化することで現在の時点での存在確率 F を求める。

問題文から、初期状態($t=0$)ではロボットは A にいる。「停留」コマンドで移動する確率が与えられていることから、

$$(1) \text{ の値} \quad A: 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad B: 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \quad C, D \text{ も } B \text{ と同じ} \quad 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

(2) の値 : A, B, C, D で「光」を観測する確率がそれぞれ $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{10}$ であることから ($t=1$ として)

$$G_1(A) : \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20} \quad G_1(B) : \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30} \quad G_1(C) : \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{30} \quad G_1(D) : \frac{1}{6} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{60}$$

(3) (2) によって $F_1(A) \dots F_1(D)$ の値を求める :

$$F_1(A) = \frac{G_1(A)}{G_1(A) + G_1(B) + G_1(C) + G_1(D)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{60}} = \frac{3}{10} \quad \text{したがって、答は } 0.30$$

$$\text{なお同様に} \quad F_1(B) = \frac{G_1(B)}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{10} \quad F_1(C) = \frac{G_1(C)}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{10} \quad F_1(D) = \frac{G_1(D)}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{10}$$

2. 再度「停留」コマンドを選択した後に、光を感知した。部屋 A にいる確率を求めよ。

1 と同様に解く。

$$(1) \text{ の値: } F_1(A) = \frac{3}{10} \text{ に対して } A \text{ にとどまる確率 } \frac{1}{2} \text{ を掛けた値は } \frac{3}{20}$$

それに加えて、A 以外の部屋にいる確率 $\frac{7}{10}$ に対して A へ移動する確率 $\frac{1}{6}$ を掛けた値 $\frac{7}{60}$ を加えたも

のが A の値: $\frac{16}{60}$

$$\text{同様に、} \quad B: \frac{2}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{14}{60} \quad C: \frac{18}{60} \quad D: \frac{12}{60}$$

(2) の値: A, B, C, D で「光」を観測する確率がそれぞれ $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{10}$ であることから

$$G_2(A) : \frac{16}{60} \times \frac{1}{10} = \frac{16}{600} \quad G_2(B) : \frac{14}{60} \times \frac{1}{5} = \frac{28}{600} \quad G_2(C) : \frac{18}{60} \times \frac{2}{5} = \frac{72}{600}$$

$$G_2(D) : \frac{12}{60} \times \frac{1}{10} = \frac{12}{600}$$

(3)の値：(2)によって $F_1(A) \dots F_1(D)$ の値を求める：

$$F_2(A) = \frac{G_2(A)}{G_2(A) + G_2(B) + G_2(C) + G_2(D)} = \frac{\frac{16}{60}}{\frac{128}{600}} = \frac{16}{128} = 0.125$$

よって答は 0.125

$$\text{ちなみに} \quad F_2(B) = \frac{28}{128} \approx 0.219 \quad F_2(C) = \frac{72}{128} \approx 0.563 \quad F_2(D) = \frac{12}{128} \approx 0.094$$