・「乗法定理」について

乗法定理(6.2)　$P(A, B) = P(A|B)P(B)$

1. (8.4)から(8.5)が「乗法定理の逆」とは...

$P(s_t|o_{1:t}, a_{1:t-1})$　(8.4)

$\dfrac{P(s_t, o_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1})}{P(o_t, |o_{1:t-1}, a_{1:t-1})}$　(8.5)

$A = s_t, B = o_t$ とみなすと(共通な条件を省略して書くと)、

乗法定理: $P(s_t, o_t) = P(s_t|o_t)P(o_t)$

これを変形して $P(s_t|o_t) = \dfrac{P(s_t, o_t)}{P(o_t)}$　左が(8.4), 右が(8.5)

2. (8.6)が(6.2)の左, (8.7)が(6.2)の右 ($A = o_t, B = s_t$)
3. (8.9)の$P(s_t, s_{t-1})$が(6.2)の左、(8.10)の$P(s_t|s_{t-1})P(s_{t-1})$が右

$A = s_t, B = s_{t-1}$

・「周辺化」について

周辺化 (6.7)　$P(A) = \sum_B P(A, B)$

周辺化は(6.7)の右式を左式に変換する、というもの

条件$o_{1:t-1}, a_{1:t-1}$を省略して考えると

(8.8)式の $P(s_t)$ は(6.7)の左 ($A = s_t$と考える)

(8.9)式の $\sum_{s_{t-1}} P(s_t, s_{t-1})$ が(6.7)の右 ($B = s_{t-1}$と考える)

・(8.6)の変形について

$F_t(s_t) = P(s_t|o_{1:t}, a_{1:t-1})$ は、時刻 t において、観測列$o_{1:t}$と行動列$a_{1:t-1}$に基づいて状態s_tを推定するためのもの(それぞれの候補に対して確率が与えられる)

ここでは、$F_t(s_t)$の正確な値よりも、(状態s_tの候補の集合を$\{s_1, \ldots, s_n\}$とすると) $F_t(s_1), \ldots, F_t(s_n)$の最も大きな値を与える状態(別な書き方をすれば$\mathrm{argmax}_s F_t(s)$)を求めたい

(8.5)において $F_t(s_t) = \dfrac{P(s_t, o_t|o_{1;t-1}, a_{1:t-1})}{P(o_t|o_{1:t-1}, a_{1:t-1})}$

この分母は、状態s_tの候補すべてに共通(分母はs_tに依存せず、観測o_tだけに依存、そしてこれは候補すべてに共通）。したがって、状態s_tの候補はみな $F_t(s_t) \propto P(s_t, o_t)$

(具体的に書けば、 状態s_tの候補の集合を$\{s_1, \ldots, s_n\}$とすると

$F_t(s_i) \propto P(s_i, o_t)$ for $i \in \{1, \ldots, n\}$)

ちなみに (8.13)で　$G_t(s_t) \equiv P(s_t, o_t)$ と置いて、「$F_t(s_t)$に比例する値」と書いたのは上のこと

さらに言えば、状態s_tの候補の集合を$\{s_1, \ldots, s_n\}$とすると、 $F_t(s_t) = \dfrac{G_t(s_t)}{\sum_s G_t(s)}$ と言える

・(8.10)から(8.11)　「マルコフ性」を用いた

ここでマルコフ性とは、時刻 t の状態s_tがその前(時刻 t-1)の状態s_{t-1}と行動a_{t-1}だけで決まる、という「仮定」である(問題を簡単にするためのもの)

これによると、 $P(s_t|s_{t-1}, o_{1:t-1}, a_{1:t-1})$ は $P(s_t|s_{t-1}, a_{t-1})$とかける(状態s_{t-1}と行動a_{t-1}以外の条件、つまり $o_{1:t-1}, a_{1:t-2}$が取り除かれた)。これは状態遷移確率にほかならない

・(8.12)　$P(o_t|s_t)$は、状態s_tにおいて観測o_tが得られる『観測確率』

・(8.11)から(8.12)　$P(s_{t-1}|o_{1:t-1}, a_{1:t-2})$は$F_{t-1}(s_{t-1})$と書き換えられる

$F_t(s_t) = P(s_t|o_{1:t}, a_{1:t-1})$　において、t を t–1 で書き換えたもの